Capitulo 7 Fluidos

Un sólido es una sustancia rígida que conserva su forma frente a fuerzas externas de distorsión, mientras que un fluido es una sustancia no rígida (gas o líquido) que no conserva su forma frente a tales fuerzas. En cambio, un fluido fluye siempre que actúan sobre él fuerzas de distorsión. Este capítulo discute las propiedades fundamentales de los fluidos, comunes tanto a gases como a líquidos. Estas propiedades se aplican lo mismo al flujo de aire a través de los tubos bronquiales que al flujo de sangre por los vasos sanguíneos. Las propiedades específicas de gases y líquidos se tratan en los capítulos 8 y 9.

7.1. LAS TRES FASES DE LA MATERIA

Al discutir las propiedades de la materia es conveniente clasificarla en tres fases: gaseosa, líquida y sólida. Muchas sustancias pueden pasar de una fase a otra por cambios de temperatura y de presión. El ejemplo más familiar es el agua. De hecho, es la única sustancia que corrientemente se encuentra en las tres fases (vapor, agua líquida y hielo). También hemos visto, sin duda, cómo una vela pasa de la fase sólida a la líquida cuando se la calienta y puede que hayamos visto alguna vez una experiencia con aire líquido, que es en realidad nitrógeno en su fase líquida. Semejantes transformaciones de sustancias de una fase a otra son corrientes en muchos procesos industriales y de laboratorio.

Un *sólido* se caracteriza por poseer un *volumen* y una *forma* definidos. Su forma sólo se puede modificar por la aplicación de una fuerza considerable, como por ejemplo la que se necesita para doblar una barra de acero. Esta rigidez de forma es el resultado de las intensas fuerzas existentes entre las moléculas del sólido, las cuales están unidas estrechamente en posiciones fijas. Para doblar un sólido, debe alterarse esta disposición molecular que es muy estable y ello requiere la aplicación de una fuerza intensa.

Un *líquido* se caracteriza por poseer un *volumen* definido, pero no una forma definida. Un líquido fluye para adaptarse a la forma del recipiente que lo contiene. No obstante, tiene un volumen definido que conserva a pesar de los cambios de forma. Las moléculas de un líquido están casi tan apretadas como en un sólido,* pero no tienen posiciones fijas. Un líquido no posee rigidez porque sus moléculas se mueven libremente unas con respecto a otras. Por otro lado y prescindiendo de su forma, una cantidad dada de líquido ocupa un volumen definido, debido a la fuerte atracción entre sus moléculas.

Un *gas* se caracteriza por no poseer ni volumen ni forma definidos.

* Las moléculas de H_2O están en realidad más apretadas en el agua que en el hielo.

Un *gas* se expandirá hasta llenar cualquier recipiente en el que se le coloque, y si el recipiente se abre, el gas escapará por la abertura. (Sólo la fuerza de atracción gravitatoria de la Tierra impide que la atmósfera gaseosa se extienda por el espacio. La Luna, que ejerce solamente un sexto de la fuerza gravitatoria terrestre, no puede retener una atmósfera gaseosa.) En un gas diluido, las moléculas están tan separadas que sólo ejercen fuerzas entre sí cuando chocan. Por consiguiente, cada molécula se desplaza libremente en línea recta hasta que choca con otra molécula o con las paredes de su recipiente. Es este movimiento molecular libre el que da a un gas su natural expansibilidad. Además, todos los gases muy diluidos tienden a poseer las mismas propiedades porque la frecuencia de los choques moleculares es tan pequeña que el comportamiento de gases distintos no se ve afectado por diferencias en la naturaleza de las fuerzas entre sus moléculas.

Los gases poseen propiedades específicas como resultado de su expansibilidad mientras que los líquidos poseen también propiedades específicas por el hecho de presentar una superficie. Sin embargo, gases y líquidos tienen en común muchas propiedades que proceden de su falta de rigidez. La palabra *fluido* se emplea para referirnos a gases y líquidos cuando se tratan aquellas propiedades que son comunes a ambos. Estas propiedades comunes de los fluidos se estudian en este capítulo, mientras que las específicas de gases y líquidos se tratarán en los capítulos 8 y 9, respectivamente.

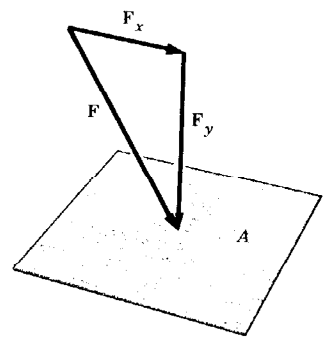


FIGURA 7.1
Una fuerza **F** que actúa sobre una superficie de área *A*. $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$ son, respectivamente, las componentes paralela y perpendicular a la superficie.

7.2. PRESIÓN

Las fuerzas que ejerce un fluido sobre el medio que le rodea vienen caracterizadas por una sola magnitud, la *presión* en el fluido, que juega un papel análogo al de la tensión en una cuerda flexible (apartado 2.2.). La presión en un fluido puede resultar de la aplicación de una fuerza externa o del peso del propio fluido (es decir, de la fuerza de la gravedad sobre él). A fin de considerar por separado estos dos orígenes de la presión del fluido, despreciaremos en este apartado los efectos de la gravedad.

Definición. *Presión* es la fuerza por unidad de área que se ejerce perpendicularmente a una superficie. Consideremos la fuerza **F** que actúa sobre la superficie de área *A* de la Fig. 7.1. La presión *p* sobre esta superficie es

$$p = \frac{F_y}{A} \qquad 7.1$$

donde F_y, es la componente de **F** perpendicular a la superficie.

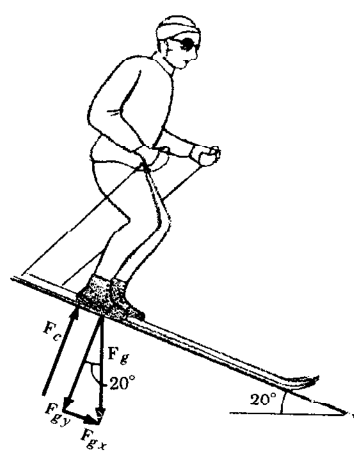


FIGURA 7.2
Esquiador sobre una pendiente. $\mathbf{F}_{gy}$ es la fuerza perpendicular (de contacto) que ejerce el esquiador sobre la pendiente.

Ejemplo 1. ¿Cuánto vale la presión ejercida por la nieve sobre los esquís de un esquiador de 80 kg que se desliza por una pendiente de 20° (Fig. 7.2)? El área de los dos esquís juntos es de 0,30 m².

La componente de la fuerza de gravedad perpendicular a la pendiente es

$$F_{gy} = F_g \cos 20° = (80 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}940) = 737 \text{ N}$$

Esta fuerza es contrarrestada por una fuerza de contacto $\mathbf{F}_c$ de igual módulo que ejerce la nieve sobre los esquís. Por lo tanto, la presión sobre los esquís vale

$$p = \frac{737\ \text{N}}{0.30\ \text{m}^2} = 2460\ \text{N/m}^2$$

El concepto de presión es de utilidad limitada en el estudio de los sólidos ya que, por definición, implica sólo una parte de la fuerza que puede estar presente. Además, el valor de la presión puede variar considerablemente de un punto a otro de un sólido. Por ejemplo, la presión sobre los esquís en el ejemplo 1 será diferente en los distintos puntos de los esquís, ya que la fuerza de contacto no se distribuye uniformemente a lo largo de ellos. Sin embargo, ninguna de estas dificultades aparece en los fluidos debido a dos de sus propiedades específicas.

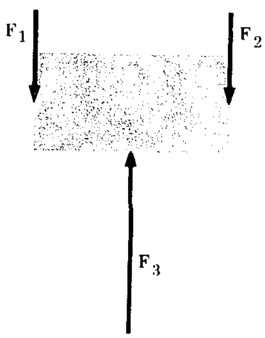


FIGURA 7.3
Tres fuerzas en acción sobre un objeto. Estas fuerzas tienden a doblar el objeto más que a desplazarlo o hacerlo girar.

Propiedad 1 de los fluidos. *Un fluido en reposo no puede ejercer una fuerza paralela a una superficie.* Este hecho notable tiene su origen en la falta de rigidez del fluido. Si el fluido ejerciese una fuerza paralela a una superficie, la superficie, por supuesto, ejercería una fuerza paralela sobre el fluido. La Fig. 7.3 muestra un objeto con dos fuerzas $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ aplicadas paralelamente a dos lados y una fuerza $\mathbf{F}_3 = -(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)$ aplicada perpendicularmente a la base. La fuerza total y el momento total sobre el objeto son nulos, de modo que el objeto está en equilibrio, siempre que no se doble ni se rompa. Un sólido, que puede resistir o doblarse (hasta un cierto punto), estará en equilibrio bajo estas condiciones. Sin embargo, un fluido, que carece de rigidez, comenzará a fluir. Un fluido no puede permanecer en reposo si se aplican sobre él fuerzas paralelas, y de aquí que un fluido en reposo no pueda ejercer fuerzas paralelas a una superficie. Otro modo de decir esto es que *un fluido no posee coeficiente estático de rozamiento.* Imaginemos un bote de madera que flota en el agua. Si se aplica al bote una fuerza $\mathbf{F}$ paralela al agua, por pequeña que sea la fuerza, el bote no permanecerá en reposo porque el agua no puede aplicar una fuerza paralela para equilibrar $\mathbf{F}$. Sin embargo, una vez que el bote se pone en movimiento, la situación cambia, puesto que el fluido se mueve ahora con respecto al bote. Un fluido en movimiento ejerce una fuerza paralela a una superficie, cuyo módulo aumenta con la velocidad (Apart. 7.5.). Por consiguiente, el bote adquiere una aceleración bajo la acción de $\mathbf{F}$ hasta que alcanza la velocidad a la que el módulo de la fuerza de rozamiento del agua se hace igual al módulo de $\mathbf{F}$. De manera análoga, el aire (que es un fluido) ofrece poca resistencia a los objetos que se mueven lentamente, pero esta resistencia se hace grande para los objetos a gran velocidad.

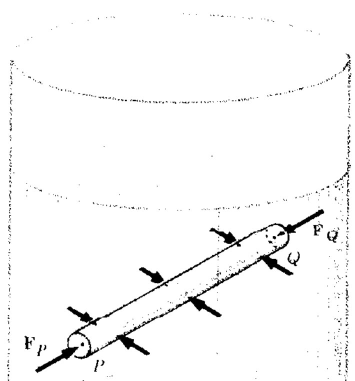


FIGURA 7.4
Fuerzas en una región cilíndrica de un fluido. La superficie del cilindro es un límite imaginario que define la región de interés.

OBSERVACIÓN. Un lubricante reduce el rozamiento entre dos objetos sólidos mediante la introducción de una delgada capa de fluido, como el aceite, entre sus superficies. Dado que el propio fluido no puede ejercer fricción estática, el rozamiento entre las superficies se ve grandemente reducido. El movimiento de las articulaciones del cuerpo está lubricado por el fluido sinovial, que da como resultado un coeficiente de fricción estática de sólo 0,015. Éste es mucho más pequeño que el que se puede obtener para superficies mecánicas. El pequeño valor del coeficiente de fricción es absolutamente esencial a causa de las grandes fuerzas de contacto que se ejercen en las articulaciones.

Propiedad 2 de los fluidos (ley de Pascal). *En ausencia de la gravedad, es decir,* despreciando el peso del propio fluido, *la presión en un fluido en reposo es la misma en todas partes.*
Esta propiedad queda verificada demostrando que en dos puntos P y Q cualesquiera del fluido la presión es la misma. De este modo, elijamos dos puntos P y Q en un fluido en reposo y consideremos el fluido que hay dentro de la región cilíndrica que se muestra en la Fig. 7.5. Puesto que el fluido está en reposo en cualquier punto, la fuerza total sobre este cilindro de fluido, como sobre otra región cualquiera del fluido, debe ser cero. Además, según la propiedad 1 de los fluidos, las fuerzas sobre esta región son perpendiculares a su superficie. Por lo tanto, si p_P es la presión en el punto P, y p_Q es la presión en el punto Q, existe una fuerza de módulo

$$F_P = p_P A$$

perpendicular al cilindro en P y una fuerza de módulo

$$F_Q = p_Q A$$

perpendicular al cilindro en Q, siendo A el área de cualquiera de los extremos del cilindro. Dado que estas fuerzas son paralelas al eje longitudinal del cilindro y todas las demás fuerzas son perpendiculares a este eje, las fuerzas F_P y F_Q deben tener el mismo módulo si la fuerza total sobre el eje ha de ser nula. Por lo tanto, tenemos

$$F_P = F_Q$$

luego $$p_P A = p_Q A \quad \text{o} \quad p_P = p_Q$$

Puesto que P y Q son dos puntos cualesquiera del fluido, esto demuestra que la presión es la misma en cualquier punto del fluido.

OBSERVACIÓN. La propiedad 1 es esencial en la demostración de la propiedad 2 porque nos asegura que las fuerzas sobre el cilindro no poseen componentes paralelas a su eje.

Para ver cómo se aplican en la práctica estas propiedades de los fluidos, consideremos un fluido contenido en un cilindro de sección transversal A (Fig. 7.6). Si se aplica al émbolo móvil que cierra la parte superior del cilindro una fuerza **F** dirigida hacia abajo, el fluido debe aplicar al émbolo, cuando éste está en reposo, la fuerza opuesta —**F**. Por lo tanto, en el equilibrio, la presión ejercida por el fluido sobre el émbolo es $p = F/A$, que, por la ley de Pascal, es también la presión en cualquier punto del fluido. (Recuérdese que en este apartado no se tiene en cuenta la gravedad.)

Supongamos ahora que este cilindro está conectado por un tubo a un cilindro más pequeño de sección transversal A' (Fig. 7.6). ¿Cuál es el módulo F' de la fuerza que debe aplicarse al émbolo más pequeño a fin de mantener el equilibrio? Dado que la presión es la misma en cualquier punto del fluido, la presión ejercida por el fluido sobre el cilindro pequeño debe ser también $p = F/A$. Por otro lado, la fuerza ejercida por el fluido sobre el émbolo más pequeño debe tener un módulo F' para equilibrar la fuerza aplicada, de modo que $p = F'/A'$. Igualando estos dos valores de la presión, tenemos

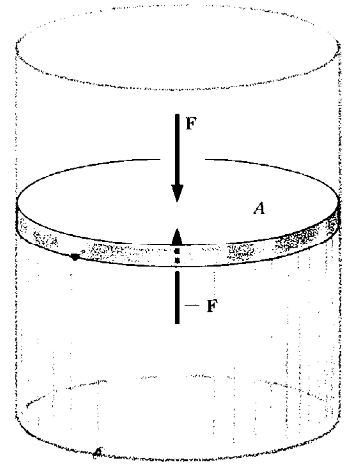


FIGURA 7.5
Fluido encerrado en un cilindro con un émbolo móvil de área A.

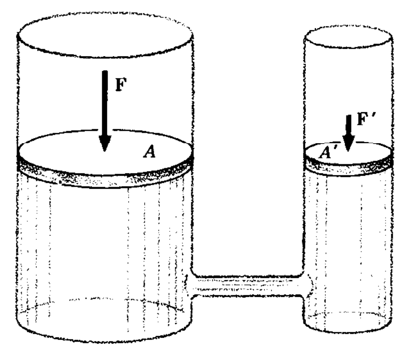


FIGURA 7.6
Dos cilindros provistos de émbolos móviles y conectados por un tubo.

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F'}{A'}$$

o
$$F' = pA' = \frac{A'}{A}F$$

Ejemplo 2. Si las áreas de las secciones transversales de los cilindros de la Fig. 7.6 valen $A = 0{,}1\ \mathrm{m}^2$ y $A' = 0{,}02\ \mathrm{m}^2$, ¿qué fuerza F' debe aplicarse al émbolo más pequeño para contrarrestar una fuerza $F = 90$ N aplicada al émbolo mayor?
La presión sobre el fluido es

$$p = \frac{F}{A} = \frac{900\ \mathrm{N}}{0{,}1\ \mathrm{m}^2} = 9000\ \mathrm{N/m^2}$$

por lo tanto, la fuerza hacia arriba ejercida por el fluido sobre el émbolo menor es

$$pA' = (9000\ \mathrm{N/m^2})(0{,}02\ \mathrm{m^2}) = 180\ \mathrm{N}$$

Por consiguiente, para mantener el sistema en equilibrio, se ha de aplicar una fuerza hacia abajo de sólo 180 N sobre el émbolo más pequeño. Éste es el principio del elevador hidráulico empleado corrientemente para levantar grandes pesos.

TABLA 7.1. **Factores de conversión entre unidades de presión.** Cada cifra indica el valor de una unidad de la columna de la izquierda en las unidades del encabezamiento de cada columna. Por ejemplo 1 lb/pulg² igual a 51,7 mm Hg.

	pascal (N/m^2 (Pa)	dyn/cm^2	lb/pie^2	$lb/pulg^2$	atm	bar	mbar	mm Hg (Torr) a 0° C	cm H_2O a 4° C
N/m^2	1	10	$2{,}09\times10^{-2}$	$1{,}45\times10^{-4}$	$9{,}87\times10^{-6}$	10^{-5}	10^{-2}	$7{,}50\times10^{-3}$	$1{,}02\times10^{-2}$
dyn/cm^2	10^{-1}	1	$2{,}09\times10^{-3}$	$1{,}45\times10^{-5}$	$9{,}87\times10^{-7}$	10^{-6}	10^{-3}	$7{,}50\times10^{-4}$	$1{,}02\times10^{-3}$
lb/pie^2	47,9	479	1	$6{,}94\times10^{-3}$	$4{,}73\times10^{-4}$	$4{,}79\times10^{-4}$	0,479	0,359	0,488
$lb/pulg^2$	$6{,}89\times10^{3}$	$6{,}89\times10^{4}$	144	1	$6{,}80\times10^{-2}$	$6{,}89\times10^{-2}$	68,9	51,7	70,3
atm	$1{,}01\times10^{5}$	$1{,}01\times10^{6}$	$2{,}12\times10^{3}$	14,7	1	1,01	$1{,}01\times10^{3}$	760	$1{,}03\times10^{3}$
bar	10^{5}	10^{6}	$2{,}09\times10^{3}$	14,5	0,987	1	10^{3}	750	$1{,}02\times10^{3}$
mbar	10^{2}	10^{3}	2,09	$1{,}45\times10^{-2}$	$9{,}87\times10^{-4}$	10^{-3}	1	0,750	1,02
mm Hg (Torr) a 0° C	133	$1{,}33\times10^{3}$	2,78	$1{,}93\times10^{-2}$	$1{,}32\times10^{-3}$	$1{,}33\times10^{-3}$	1,33	1	1,36
cm H_2O a 4° C	98,1	981	2,05	$1{,}42\times10^{-2}$	$9{,}68\times10^{-4}$	$9{,}81\times10^{-4}$	0,981	0,736	1

Las dimensiones de la presión son

$$[p] = \left[\frac{f}{l^2}\right]$$

Definición. La unidad SI de presión es el Pascal (Pa), que es un newton por metro cuadrado (N/m^2),

$$1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N/m^2}$$

Desgraciadamente no es una unidad muy práctica, de modo que rara vez se utiliza. Unidades más comunes son las *atmósferas* (atm), las

libras por pulgada cuadrada (lb/pulg²), los milímetros de mercurio (mm Hg, o Torr) y los *milibares* (mbar). Por ejemplo, la presión barométrica podría expresarse como 989 mbar, mientras que la presión sanguínea como 120 mm Hg (o 120 Torr).
Existen otras unidades que se utilizan frecuentemente en medicina y en ciencia, de modo que hay que saber pasar con facilidad de unas a otras. La tabla 7.1 da los factores de conversión entre las unidades más comunes. El origen y objeto de algunas de estas unidades será explicado en el próximo apartado.

OBSERVACIÓN. En la tabla 7.1, bar, atm, mm Hg y cm H_2O son abreviaturas de los nombres de las unidades. En un cálculo los mm de mm Hg no pueden suprimirse como los m^2 en N/m^2. Las cuatro letras son parte de la abreviatura, lo mismo que las letras a-t-m. No podemos, pues, suprimir parte de una abreviatura.

7.3. EL EFECTO DE LA GRAVEDAD SOBRE LOS FLUIDOS

La ley de Pascal sólo es cierta en tanto que la fuerza de la gravedad sobre el fluido pueda despreciarse, en cuyo caso se puede considerar que la presión es producida enteramente por fuerzas externas, por ejemplo, los émbolos de las Figs. 7.6 y 7.7. La importancia relativa de la fuerza de la gravedad sobre un fluido depende principalmente de la densidad de éste.

Densidad

Definición. La *densidad** ρ de una sustancia es el cociente entre su masa m y su volumen V,

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad 7.2$$

La densidad es una propiedad característica de una sustancia, independiente de su volumen o su masa.

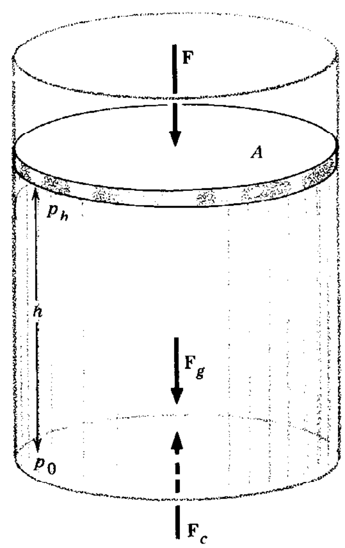


FIGURA 7.7
Fuerzas sobre el fluido contenido en un cilindro. $\mathbf{F}_g$ es la fuerza de la gravedad (peso) del propio fluido, en tanto que $\mathbf{F}$ y $\mathbf{F}_c$ son las fuerzas ejercidas sobre el fluido por el émbolo y por la base del cilindro.

Ejemplo 1. La masa de 3 l (3000 cm³) de etanol es 2367 g. ¿Cuál es la densidad del etanol? ¿Cuál es la masa de 5 cm³ de etanol?
Por la definición de densidad (Ec. 7.2) tenemos

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{2367\ \text{g}}{3000\ \text{cm}^3} = 0{,}789\ \text{g/cm}^3$$

Como la densidad es una propiedad de la sustancia, la masa de 5 cm³ de etanol es

$$m = V\rho = (5\ \text{cm}^3)(0{,}789\ \text{g/cm}^3) = 3{,}94\ \text{g}$$

La masa de 1 cm³ es evidentemente 0,789 g, lo que demuestra que la densidad de una sustancia es precisamente su masa por unidad de volumen.
Las densidades de algunos sólidos, líquidos y gases comunes vienen dadas en la tabla 7.2. Estas densidades se midieron a una presión de 1 atm (760 mm Hg = $1{,}01 \times 10^5$ N/m²) y a la temperatura indicada. La densidad de un sólido o un líquido varía muy poco con los cam-

* ρ es la letra griega rho.

bios de temperatura y presión, mientras que la densidad de un gas depende fuertemente de ambas. Esto puede verse en la Tabla 7.2 comparando la variación de la densidad del aire con la temperatura y la correspondiente del agua.

TABLA 7.2. **Densidades de algunas sustancias comunes a 1 atm (760 mm Hg).**

Sustancia	Temperatura °C	Densidad g/cm³	Densidad kg/m³
Sólidos			
Aluminio	20	2,7	2 700
Hueso	20	1,6	1 600
Cobre	20	8,5	8 500
Vidrio	20	2,6	2 600
Granito	20	2,7	2 700
Hierro	20	7,7	7 700
Plomo	20	11,3	11 300
Acero	20	7,7	7 700
Agua (hielo)	0	0,917	917
Madera de arce	20	0,7	700
Líquidos			
Aire (líquido)	−183	1,14	1 140
Plasma sanguíneo	37	1,03	1 030
Sangre	37	1,05	1 050
Etanol (alcohol etílico)	20	0,791	791
Glicerina	0	1,26	1 260
Hidrógeno (líquido)	−253	0,07	70
Mercurio	0	13,6	13 600
Oxígeno (líquido)	−183	1,14	1 140
Triclorometano (cloroformo)	20	1,483	1 483
Agua pura	4	1,00	1 000
	30	0,996	996
	100	0,958	958
Agua del mar	15	1,025	1 025
Gases			
Aire	0	0,00130	1,30
	10	0,00125	1,25
	20	0,00120	1,20
	30	0,00116	1,16
Argón	0	0,00178	1,78
Dióxido de carbono	0	0,00198	1,98
Helio	0	0,000178	0,178
Hidrógeno	0	0,0000899	0,0899
Nitrógeno	0	0,00125	1,25
Oxígeno	0	0,00143	1,43
Agua (vapor)	100	0,000596	0,596

OBSERVACIÓN. La densidad del agua a 4° C es exactamente de 1,000 g/cm³ porque originariamente el gramo fue definido como la masa de un centímetro cúbico de agua pura a esta temperatura.

Las densidades se expresan la mayoría de las veces en gramos por centímetro cúbico, que es una unidad cgs. La unidad SI de densidad es el kilogramo por metro cúbico. Es fácil pasar de una unidad a otra puesto que 1 kg = 10^3 g y 1 m = 10^2 cm. Así tenemos

$$1 \text{ kg/m}^3 = \frac{10^3 \text{ g}}{(10^2 \text{ cm})^3}$$

$$= \frac{10^3 \text{ g}}{10^6 \text{ cm}^3} = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

y por tanto

$$1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

De aquí que para convertir gramos por centímetro cúbico en kilogramos por metro cúbico sólo hemos de multiplicar por 10^3. La tabla 7.2 da las densidades en ambas unidades.

Propiedad 3 de los fluidos

Para estudiar el efecto de la gravedad sobre la presión, consideremos el fluido dentro del cilindro de la Fig. 7.7. Se aplica una fuerza **F** perpendicular al émbolo, que tiene una sección transversal de área A, de tal manera que la presión directamente bajo el émbolo es

$$p_0 = \frac{F}{A}$$

El subíndice 0 indica que ésta es la presión en la parte superior del fluido. Si la gravedad fuese despreciada, la presión p_h en la parte inferior del fluido sería, de acuerdo con la ley de Pascal, igual a p_0. Sin embargo, a causa de la gravedad, la fuerza total hacia abajo sobre el fluido es $\mathbf{F} + \mathbf{F}_g$, donde $\mathbf{F}_g$ es la fuerza de la gravedad sobre el fluido. Puesto que el fluido está en equilibrio, debe existir una fuerza de contacto hacia arriba $\mathbf{F}_c = -(\mathbf{F} + \mathbf{F}_g)$ ejercida por el fondo del cilindro sobre el fluido. La reacción a $\mathbf{F}_c$ es la fuerza $\mathbf{R}_c = -\mathbf{F}_c = \mathbf{F} + \mathbf{F}_g$ que ejerce el fluido hacia abajo sobre el fondo del cilindro. Así la presión p_h en el fondo es

$$p_h = \frac{F + F_g}{A} = \frac{F}{A} + \frac{F_g}{A}$$

$$= p_0 + \frac{F_g}{A} \qquad 7.3$$

La presión en la parte inferior del fluido es mayor que en la superficie debido al peso del propio fluido.
Este aumento de presión con la profundidad está relacionado con la densidad ρ del fluido. Dado que el volumen del fluido en el cilindro es $V = Ah$, donde h es la altura del fluido, la masa de éste es $m = \rho V = \rho Ah$. Por lo tanto, el peso del fluido es

$$F_g = mg = \rho Ahg$$

y, de acuerdo con esta expresión, es evidente que la Ec. 7.3 puede escribirse

$$p_h = p_0 + \rho gh \qquad 7.4$$

o bien

$$p_h - p_0 = \rho gh \qquad 7.5$$

La ecuación 7.5 da la corrección a la ley de Pascal (propiedad 2 de los fluidos) debida al peso del fluido. Si ρ y h son ambas pequeñas,

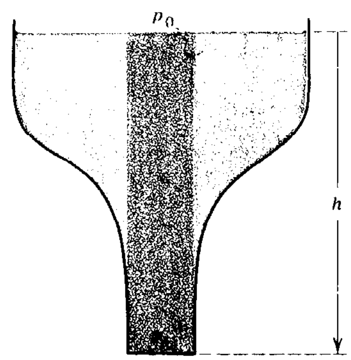


FIGURA 7.8
Recipiente en forma de embudo lleno de agua. La base sólo soporta la columna de agua que está directamente por encima de ella, de modo que p_h viene dada por la Ec. 7.4.

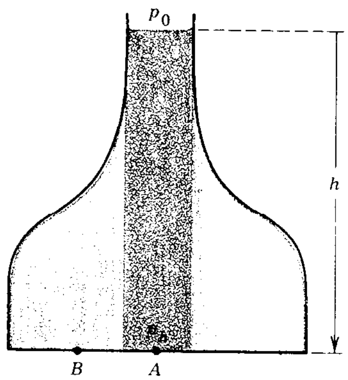


FIGURA 7.9
Recipiente en forma de embudo lleno de agua. El área sombreada de la base en torno al punto A soporta la columna de agua que está directamente encima de ella, de aquí que la presión en A venga dada por la Ec. 7.4.

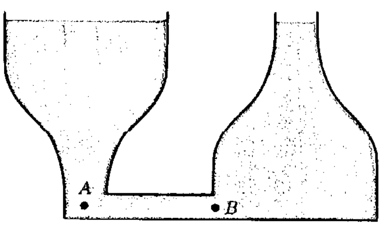


FIGURA 7.10
Cuando los recipientes de las Figs. 7.9 y 7.10 se conectan, el agua alcanza la misma altura en ambos.

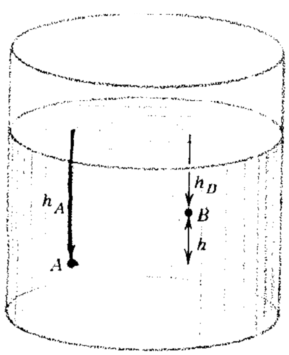


FIGURA 7.11
La presión en dos puntos A y B de un fluido.

la diferencia de presión debida a la gravedad puede ser despreciable. Sin embargo, si ρ o h es grande, la diferencia de presión puede ser importante.

La ecuación 7.4 es mucho más general que lo que pudiera indicar su sencilla deducción. Por ejemplo, la Fig. 7.8 muestra un recipiente en forma de embudo lleno de agua. La presión p_0 en la superficie libre del agua es precisamente la presión de la atmósfera. La presión p_h en el fondo viene dada por la Ec. 7.4, donde h es la distancia vertical desde la superficie al fondo. Este resultado algo sorprendente se deduce del hecho de que la fuerza ejercida por el fondo sólo tiene que soportar la columna de agua que está directamente sobre él. El resto del agua está soportado por los costados del recipiente.

Quizá sea más sorprendente que la presión p_h en el fondo del recipiente de la Fig. 7.9 venga dada también por la Ec. 7.4. La región sombreada en esta figura muestra que hay una columna de agua de altura h sobre el punto A del fondo, de modo que la presión en A se calcula por medio de la Ec. 7.4. Pero la presión debe ser la misma en todos los puntos del fondo porque si la presión en A fuese mayor que en B, el agua fluiría de A a B.

Puede demostrarse la validez de la Ec. 7.4 llenando con agua los recipientes de las Figs. 7.8 y 7.9 y conectándolos por medio de un tubo, como se indica en la Fig. 7.10. Los niveles de agua en los recipientes se ajustan ellos mismos hasta que, en el equilibrio, las presiones en los puntos A y B son iguales. Esto significa que si la Ec. 7.4 es válida, el agua alcanzará la misma altura en los dos recipientes. A este resultado se llega experimentalmente. La presión en un punto de un fluido depende de la distancia del punto a la superficie libre del fluido, pero no depende de la forma del recipiente.

Por supuesto, no hay nada especial con respecto al fondo del recipiente. La presión en un punto del interior del fluido también viene dada por la Ec. 7.4, donde h es la distancia del punto a la superficie. Así, la presión en un fluido aumenta continuamente con la profundidad bajo la superficie.

Consideremos dos puntos A y B en un fluido (Fig. 7.11). Sea h_A la distancia vertical que separa a A de la superficie y h_B la que separa a B. Según la Ec. 7.4, las presiones p_A y p_B en estos puntos son

$$p_A = p_0 + \rho g h_A$$

y

$$p_B = p_0 + \rho g h_B$$

Restemos la segunda ecuación de la primera para obtener

$$\begin{aligned} p_A - p_B &= (p_0 + \rho g h_A) - (p_0 + \rho g h_B) \\ &= \rho g h_A - \rho g h_B = \rho g (h_A - h_B) \end{aligned}$$

donde $h_A - h_B$ es la distancia vertical entre los puntos A y B. Ésta es la generalización de la ley de Pascal exigida para incluir el efecto de la gravedad. Esto puede enunciarse formalmente de la siguiente manera:

Propiedad 3 de los fluidos. *La presión en un fluido es la misma para todos los puntos de igual profundidad y la diferencia de presión entre dos puntos A y B, de profundidades respectivas h_A y h_B, es*

$$p_A - p_B = \rho g h_A - \rho g h_B = \rho g(h_A - h_B) \qquad 7.6$$

Aquí h_A y h_B son positivas cuando se miden por debajo de la superficie del fluido (Fig. 7.11).

OBSERVACIÓN. La propiedad 3 supone que la densidad del fluido es la misma en todos los puntos entre A y B. La densidad de un líquido varía muy poco con los cambios de temperatura y presión, de modo que en la mayoría de las situaciones prácticas es válida esta suposición. Por otro lado, la densidad de un gas varía apreciablemente con los cambios de temperatura y presión, de aquí que la densidad puede no ser la misma en todos los puntos. En este caso habría que utilizar la densidad media entre A y B.

Ejemplo 2. ¿Cuál es la presión sobre un buzo situado 10 m por debajo de la superficie de un lago?

Sea p_0 la presión en la superficie (presión atmosférica) y p_A la presión a 10 m de profundidad. Con $h_0 = 0$, la Ec. 7.6 puede escribirse así

$$p_A - p_0 = \rho g h_A - \rho g h_0 = \rho g h_A$$

La densidad del agua dulce es $1{,}0 \times 10^3$ kg/m^3 (tabla 7.2), luego la presión p_A a una profundidad $h_A = 10$ m es

$$\begin{aligned} p_A &= p_0 + (1{,}00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9{,}80 \text{ m/s}^2)(10 \text{ m}) \\ &= p_0 + 0{,}980 \times 10^5 \frac{\text{kg-m/s}^2}{\text{m}^2} \\ &= p_0 + 0{.}980 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Aquí hemos hecho uso de que 1 N = 1 kg-m/s^2. La presión p_0 en la superficie es la presión atmosférica que es de unos $1{,}0 \times 10^5$ N/m^2. La presión a 10 m de profundidad es por lo tanto $p_A = 1{,}98 \times 10^5$ N/m^2, o sea casi el doble de la presión en la superficie. Si el buzo estuviese en agua del mar, el cálculo sería el mismo excepto en el valor de la densidad. Utilizando la densidad del agua del mar dada en la tabla 7.2 se obtiene

$$\begin{aligned} p_A &= p_0 + (1{,}025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9{,}80 \text{ m/s}^2)(10 \text{ m}) \\ &= p_0 + 1{.}04 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Presión atmosférica

Vivimos en el fondo de un «mar» de aire, la atmósfera, que ejerce una presión p_0 que al nivel del mar es de unas 14,7 lib/pulg^2, o sea $1{,}01 \times 10^5$ N/m^2. La unidad de presión denominada atmósfera se define mediante la relación

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 1{,}0133 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Esta unidad es igual a la presión media de la atmósfera al nivel del mar, aunque la presión real varía en un 5 % según las condiciones meteorológicas. La presión media en un lugar situado por encima del nivel del mar es menor que la medida a este nivel, debido a que hay menos aire por encima de él.

La ecuación 7.6 puede ser empleada para calcular la presión (media) del aire p_A en un lugar situado por encima del nivel del mar, pero se requiere un poco de cuidado. Las distancias en la Ec. 7.6 se miden desde la parte superior del fluido, mientras que la elevación de un lugar geográfico se mide a partir del nivel del mar, es decir, desde el fondo del fluido. Sin embargo, puesto que en la Ec. 7.6 sólo interviene la diferencia de distancias por debajo de la superficie, estas distancias pueden medirse hacia abajo a partir de un nivel de referencia apropiado.

Ejemplo 3. ¿Cuál es la presión atmosférica p_A en la ciudad de México, situada a 1500 m sobre el nivel del mar?

Para hallar la presión p_A en la ciudad de México es conveniente medir las distancias a partir de allí. Esto es, se hace h_A igual a cero, de modo que la profundidad a nivel del mar es $h_0 = 1500$ m. (Recuérdese que las distancias son positivas medidas hacia abajo.) La tabla 7.2 da la densidad del aire a nivel del mar igual a 1,2 kg/m³. En la ciudad de México la densidad es alrededor de 1,0 kg/m³, luego habría que emplear una densidad media de 1,1 kg/m³. Entonces la Ec. 7.6 da

$$
\begin{aligned}
p_A - p_0 &= \rho g h_A - \rho g h_0 = -\rho g h_0 \\
&= -(1{,}1\ \mathrm{kg/m^3})(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(1{,}5 \times 10^3\ \mathrm{m}) \\
&= -0{,}16 \times 10^5\ \mathrm{N/m^2}
\end{aligned}
$$

Como era de esperar, la presión en la ciudad de México es menor que la presión a nivel del mar. Con $p_0 = 1{,}01 \times 10^5$ N/m², la presión en la ciudad de México es

$$
\begin{aligned}
p_A &= p_0 - 0.16 \times 10^5\ \mathrm{N/m^2} \\
&= 0{,}85 \times 10^5\ \mathrm{N/m^2}
\end{aligned}
$$

La densidad del aire disminuye con la elevación sobre el nivel del mar porque disminuye la presión. Si la densidad fuese una constante, igual a su valor a nivel del mar, la altura de la atmósfera podría calcularse fácilmente a partir de la Ec. 7.6. La presión p_A en la cima de esta atmósfera hipotética es, por supuesto, cero y la distancia h_A igualmente cero. Si h_0 es la distancia a la que se encuentra el nivel del mar medida a partir del límite de la atmósfera, la Ec. 7.6 da

$$p_A - p_0 = \rho g h_A - \rho g h_0$$

o sea

$$0 - p_0 = 0 - \rho g h_0$$

de donde

$$
\begin{aligned}
h_0 &= \frac{p_0}{\rho g} = \frac{1{,}0 \times 10^5\ \mathrm{N/m^2}}{1{,}2\ \mathrm{kg/m^3} \times 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}} \\
&= 8.5 \times 10^3\ \mathrm{m} = 8.5\ \mathrm{km}
\end{aligned}
$$

Así, una atmósfera de densidad constante tendría sólo 8,5 km (5,3 millas) de altura. La atmósfera real se extiende mucho más arriba, pero con densidad decreciente. La densidad real a una altitud de 8,5 km es 0,5 kg/m³, que es menos de la mitad de la densidad a nivel del mar. A una altitud de 18 km la densidad es sólo un décimo del valor a nivel del mar.

Los organismos vivos no son aplastados por la presión de la atmósfera porque los fluidos que llevan dentro están prácticamente a la misma presión. Por ejemplo, la presión del fluido en el interior de una célula es igual a la que hay fuera, de modo que no existe fuerza neta sobre la pared de la célula. La presión sanguínea en las arterias es mayor que la atmosférica, de aquí que exista una fuerza hacia afuedesde la parte superior del fluido, mientras que la elevación de un lugar geográfico se mide a partir del nivel del mar, es decir, desde el fondo del fluido. Sin embargo, puesto que en la Ec. 7.6 sólo interviene la diferencia de distancias por debajo de la superficie, estas distancias pueden medirse hacia abajo a partir de un nivel de referencia apropiado.

Ejemplo 3. ¿Cuál es la presión atmosférica p_A en la ciudad de México, situada a 1500 m sobre el nivel del mar?
Para hallar la presión p_A en la ciudad de México es conveniente medir las distancias a partir de allí. Esto es, se hace h_A igual a cero, de modo que la profundidad a nivel del mar es $h_0 = 1500$ m. (Recuérdese que las distancias son positivas medidas hacia abajo.) La tabla 7.2 da la densidad del aire a nivel del mar igual a 1,2 kg/m³. En la ciudad de México la densidad es alrededor de 1,0 kg/m³, luego habría que emplear una densidad media de 1,1 kg/m³. Entonces la Ec. 7.6 da

$$\begin{aligned} p_A - p_0 &= \rho g h_A - \rho g h_0 = -\rho g h_0 \\ &= -(1.1 \text{ kg/m}^3)(9{,}8 \text{ m/s}^2)(1{,}5 \times 10^3 \text{ m}) \\ &= -0{,}16 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Como era de esperar, la presión en la ciudad de México es menor que la presión a nivel del mar. Con $p_0 = 1{,}01 \times 10^5$ N/m², la presión en la ciudad de México es

$$\begin{aligned} p_A &= p_0 - 0.16 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \\ &= 0{,}85 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

La densidad del aire disminuye con la elevación sobre el nivel del mar porque disminuye la presión. Si la densidad fuese una constante, igual a su valor a nivel del mar, la altura de la atmósfera podría calcularse fácilmente a partir de la Ec. 7.6. La presión p_A en la cima de esta atmósfera hipotética es, por supuesto, cero y la distancia h_A igualmente cero. Si h_0 es la distancia a la que se encuentra el nivel del mar medida a partir del límite de la atmósfera, la Ec. 7.6 da

$$p_A - p_0 = \rho g h_A - \rho g h_0$$

o sea

$$0 - p_0 = 0 - \rho g h_0$$

de donde

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{p_0}{\rho g} = \frac{1{,}0 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{1{,}2 \text{ kg/m}^3 \times 9{,}8 \text{ m/s}^2} \\ &= 8.5 \times 10^3 \text{ m} = 8.5 \text{ km} \end{aligned}$$

Así, una atmósfera de densidad constante tendría sólo 8,5 km (5,3 millas) de altura. La atmósfera real se extiende mucho más arriba, pero con densidad decreciente. La densidad real a una altitud de 8,5 km es 0,5 kg/m³, que es menos de la mitad de la densidad a nivel del mar. A una altitud de 18 km la densidad es sólo un décimo del valor a nivel del mar.
Los organismos vivos no son aplastados por la presión de la atmósfera porque los fluidos que llevan dentro están prácticamente a la misma presión. Por ejemplo, la presión del fluido en el interior de una célula es igual a la que hay fuera, de modo que no existe fuerza neta sobre la pared de la célula. La presión sanguínea en las arterias es mayor que la atmosférica, de aquí que exista una fuerza hacia afue-

ra sobre las paredes de las arterias. Ésta queda compensada por las fuerzas hacia dentro ejercidas por la tensión en las paredes.

Presión manométrica

Definición. *La presión manométrica* $\bar{p}$ es la diferencia entre la presión absoluta p de un fluido y la presión atmosférica p_0:

$$\bar{p} = p - p_0 \tag{7.7}$$

Las presiones en los fluidos del cuerpo siempre son presiones manométricas.

Por ejemplo, la presión media de la sangre en el hombre, al ser bombeada por el corazón en la aorta, es de unas 2 lb/pulg^2 (100 mm Hg). Ésta es la presión manométrica, o sea, lo que excede la presión de la sangre de la presión atmosférica. Ésta es la magnitud de interés fisiológico, puesto que se trata de la presión que es mantenida activamente por el sistema circulatorio. Si la presión atmosférica es 760 mm Hg, la Ec. 7.7 muestra que la presión absoluta de la sangre en la aorta es

$$p = p_0 + \bar{p} = 760 \text{ mm Hg} + 100 \text{ mm Hg} = 860 \text{ mm Hg}$$

OBSERVACIÓN. La presión manométrica real en la aorta varía considerablemente durante cada ciclo cardíaco. La presión máxima *(sistólica)*, que es corrientemente de unos 120 mm Hg, tiene lugar cuando el corazón se contrae, y la presión mínima *(diastólica)*, que es de unos 80 mm Hg, ocurre cuando el corazón se relaja. A efectos de discusión sólo es necesario a menudo considerar la presión manométrica media en la aorta, que viene a ser de unos 100 mm Hg.

La sangre fluye de la aorta a las arterias principales del cuerpo. Estas arterias, a su vez, se ramifican en vasos cada vez más pequeños, alcanzando en último término los capilares que son los vasos más pequeños del cuerpo. Una arteria de diámetro mayor que 0,3 cm ofrece poca resistencia al flujo de la sangre, de modo que la presión en ella sólo depende de su distancia vertical a la aorta, de acuerdo con la Ec. 7.6. (La presión en los vasos sanguíneos más pequeños se discute en el Apart. 7.5.)

Ejemplo 4. En una persona que permanece erguida, los pies están a unos 1,35 m por debajo del corazón. ¿Cuál es la diferencia entre la presión p_B de la sangre en una arteria del pie y la presión p_A de la sangre en la aorta?

En la tabla 7.2 la densidad de la sangre es $\rho = 1{,}05 \times 10^3$ kg/m^3, por lo cual la diferencia de presiones es

$$\begin{aligned} p_B - p_A &= \rho g h \\ &= (1{,}05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9{,}8 \text{ m/s}^2)(1{,}35 \text{ m}) \\ &= 1{,}37 \times 10^4 \text{ Pa} \\ &= (1{,}37 \times 10^4)(7{,}50 \times 10^{-3}) \text{ mm Hg} \\ &= 103 \text{ Torr} \end{aligned}$$

En este cálculo se ha utilizado la tabla 7.1 para pasar de newtons por metro cuadrado a milímetros de mercurio.
La diferencia $p_B - p_A$ de dos presiones absolutas es igual a la diferencia $\bar{p}_B - \bar{p}_A$ de las presiones manométricas correspondientes. Esto se deduce de la Ec. 7.7 porque

$$p_A = \bar{p}_A + p_0 \qquad \text{y} \qquad p_B = \bar{p}_B + p_0$$

de modo que

$$\begin{aligned} p_B - p_A &= (\bar{p}_B + p_0) - (\bar{p}_A + p_0) \\ &= \bar{p}_B - \bar{p}_A \end{aligned}$$

Así, la presión manométrica arterial $\bar{p}_B$ en los pies es 103 Torr mayor que la presión manométrica $\bar{p}_A$ de la aorta. Si se toma $\bar{p}_A$ igual a 100 Torr, esto significa que $\bar{p}_B$ es 203 Torr, o dos veces la presión de la aorta. Esta presión elevada origina a veces hinchazón en las piernas de las personas que tienen que permanecer de pie todo el día.
En posición erguida, la parte superior de la cabeza se encuentra a unos 0,45 m por encima de la aorta. Mediante un cálculo similar a este último, se obtiene que la presión sanguínea en la cabeza es menor que en la aorta en 35 Torr. Estas presiones son iguales cuando el cuerpo está tendido boca abajo, dado que entonces la cabeza y el corazón están al mismo nivel. Por lo tanto, la presión sanguínea en la cabeza desciende desde 100 a 65 Torr cuando una persona pasa de una posición tendida a otra erguida. Para mantener un flujo constante de sangre al cerebro, las arterias de la cabeza se dilatan para así compensar la caída de presión. Como este ajuste no es instantáneo, puede aparecer una momentánea sensación de mareo si una persona se incorpora con demasiada rapidez.

Ejemplo 5. La cabeza de una jirafa está a 2,5 m por encima de su corazón. ¿Cuál es la diferencia entre la presión de la sangre de una jirafa en el corazón y en la cabeza?
La diferencia entre la presión manométrica $\bar{p}_B$ en el corazón y la presión manométrica $\bar{p}_A$ en la cabeza es

$$\begin{aligned} \bar{p}_A - \bar{p}_B &= \rho g h = (1{,}05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9{,}8 \text{ m/s}^2)(2{,}5 \text{ m}) \\ &= 2{,}6 \times 10^4 \text{ Pa} = 193 \text{ Torr} \end{aligned}$$

OBSERVACIÓN. La presión $\bar{p}_A$ de la sangre cuando entra en la cabeza de la jirafa ha de ser como mínimo de 60 Torr para empujar la sangre a través del cerebro. Por consiguiente, la presión en el corazón ha de ser por lo menos

$$\bar{p}_B = \bar{p}_A + 193 \text{ Torr} = 253 \text{ Torr}$$

que es mayor que la presión aórtica en cualquier otro mamífero. Las jirafas han sido recientemente estudiadas para descubrir cómo soportan estas presiones extraordinarias (Warren, 1974).

Normalmente la presión absoluta es positiva,* mientras que la presión manométrica puede ser positiva o negativa. Una presión manométrica negativa significa simplemente que la presión absoluta es menor

* La presión absoluta negativa se discute en el Apart. 9.5.

que la atmosférica. Por ejemplo, en la respiración, los pulmones producen una presión menor que la atmosférica, de aquí que el aire a presión atmosférica se vea forzado a penetrar en ellos. Durante una inhalación sosegada, la presión manométrica en los pulmones es alrededor de —7 cm H_2O. Si la presión atmosférica es 1030 cm H_2O, la Ec. 7.7. muestra que la presión absoluta en los pulmones es

$$p = p_0 + \bar{p} = 1030 \text{ cm } H_2O + (-7 \text{ cm } H_2O) = 1023 \text{ cm } H_2O$$

El manómetro

La presión manométrica se mide fácilmente con un dispositivo conocido con el nombre de *manómetro de tubo abierto.* Consiste en un tubo en forma de U lleno parcialmente con un líquido, generalmente mercurio o agua. El tubo se monta en posición vertical con una regla graduada detrás de él (Fig. 7.12). Un extremo del tubo se conecta al vaso cuya presión manométrica se desea medir y el otro extremo se deja abierto a la atmósfera. En la Fig. 7.12 el manómetro está midiendo la presión pulmonar p durante la espiración. El individuo exhala en el lado izquierdo del manómetro, de modo que la presión en el punto B es p. Dado que la presión en el punto O es precisamente la presión atmosférica p_0, la presión p_A en el punto A viene dada por

$$p_A - p_0 = \rho g(h_A - h_0) = \rho gh$$

donde h_A y h_0 son las distancias de los puntos A y O medidas a partir del borde superior de la regla graduada. Según la propiedad 3 de los fluidos la presión en B es igual a la presión en A porque estos puntos están al mismo nivel. Por lo tanto, la presión absoluta p en los pulmones viene dada por

$$p = p_0 + \rho gh$$

y su presión manométrica es precisamente ρgh. Así, el manómetro de tubo abierto mide directamente la presión manométrica en función de la densidad del líquido y la diferencia de alturas h de las dos columnas de líquido.

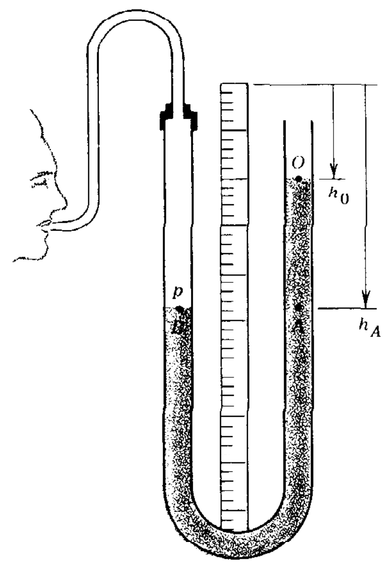


FIGURA 7.12
Manómetro de mercurio midiendo la presión pulmonar durante la espiración.

Ejemplo 6. Con la espiración máxima una persona que sopla en un lado de un manómetro de agua produce una diferencia de 65 cm entre las alturas de las dos columnas de agua (Fig. 7.12). ¿Cuál es la presión manométrica ejercida por los pulmones de dicha persona?
En este problema, $h = 0{,}65$ m y $\rho = 1{,}00 \times 10$ kg/m^3, por lo cual la presión manométrica es

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \rho gh = (1{,}00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)(0{,}65 \text{ m})\\ &= 6{,}37 \times 10^3 \text{ N/m}^2\end{aligned}$$

OBSERVACIÓN. Asimismo esta presión puede expresarse directamente como 65 cm H_2O, lo cual quiere decir que se trata de una presión suficiente para levantar 65 cm una columna de agua. Por lo tanto 65 cm H_2O equivalen a $6{,}37 \times 10^3$ Pa, luego

$$1 \text{ cm } H_2O = \frac{6370 \text{ N/m}^2}{65} = 98 \text{ Pa}$$

Ésta es la conversión de centímetros de agua en pascals dada en la tabla 7.1.

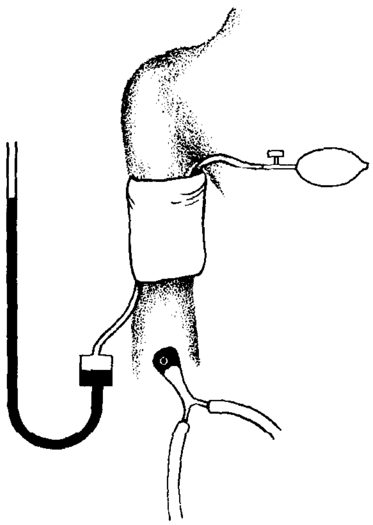


FIGURA 7.13
Manómetro de mercurio midiendo la presión sanguínea. El manómetro está conectado a una bolsa cerrada que puede hincharse con aire al apretar la pera de goma.

La presión sanguínea

La presión sanguínea se mide utilizando un manómetro de mercurio. El instrumento está unido a una bolsa cerrada que se arrolla alrededor del brazo (Figs. 7.13 y 7.14). En primer lugar, la presión del aire en la bolsa se eleva bien por encima de la presión sanguínea sistólica inyectando aire dentro de ella. Esto aplasta la arteria braquial del brazo interrumpiendo el flujo de sangre en las arterias del antebrazo. A continuación se suelta gradualmente el aire de la bolsa al tiempo que se utiliza un estetoscopio para escuchar la vuelta del pulso al antebrazo. El primer sonido ocurre cuando la presión en la bolsa es exactamente igual a la presión sistólica, porque entonces la sangre a esa presión máxima puede abrirse paso a través de la arteria aplastada. Este limitado flujo de sangre hace en la arteria un característico sonido de golpeteo que se detecta con el estetoscopio. La diferencia en las alturas (en milímetros) de las columnas de mercurio cuando aparece por primera vez este sonido es igual por lo tanto a la presión sistólica expresada en milímetros de mercurio. Por último, se deja escapar más aire de la bolsa para bajar más la presión en ella. El sonido cesa cuando la presión iguala a la presión diastólica, porque entonces la sangre a baja presión es capaz de pasar a través de la arteria del brazo. La diferencia en las alturas de las dos columnas de mercurio cuando cesa el sonido es igual a la presión sanguínea diastólica en milímetros de mercurio. Para asegurar que las presiones medidas son iguales a las presiones en la aorta, debe colocarse la bolsa en el brazo a la altura del corazón.

Los manómetros clínicos consisten en una columna larga y estrecha conectada a una columna corta y ancha, como se muestra en la Fig. 7.13. Sólo es visible la columna larga (Fig. 7.14), mientras que la columna corta permanece en el interior del instrumento. La columna larga viene calibrada por el fabricante para leer la verdadera diferencia entre la altura del mercurio en las dos columnas. Por ejemplo, a una presión de 100 mm Hg el mercurio en la columna corta puede estar a 9 mm por debajo del nivel cero mientras que en la columna larga el mercurio se encontraría a 91 mm por encima de dicho nivel. En este caso el punto 91 mm sobre la indicación de presión cero se marcará como 100 mm Hg. La ventaja de tal disposición es que el practicante puede leer la presión directamente en una columna. Como no hay dos tubos de vidrio de exactamente el mismo diámetro, cada instrumento se ha de calibrar individualmente. Ello no es necesario en los manómetros en los que se lee la altura del mercurio en ambas columnas.

FIGURA 7.14
Medida de la presión sanguínea por medio de un manómetro clínico con una sola columna visible de mercurio.
(W. A. Baum Co. Inc.)

El barómetro

En principio puede usarse también un manómetro para medir la presión de la atmósfera. Todo lo que se necesita es reducir a cero la presión en una columna mientras la otra se deja abierta a la atmósfera. Esto se hace en la Fig. 7.15 conectando la columna de la izquierda a una bomba de vacío. La presión en el punto B es entonces precisamente ρgh y es igual a la presión de la atmósfera en A.

En la práctica el vacío se obtiene de la siguiente manera. Un tubo de vidrio, cerrado por un extremo, se llena con mercurio y se invierte dentro de un recipiente de mercurio (Fig. 7.16). Si el tubo es de más de 76 cm de largo, cierta cantidad de mercurio sale fuera dejando en el extremo cerrado un vacío. La presión (en milímetros de mercurio) en el punto A es igual a la altura (en milímetros) de la columna de mercurio, mientras que la presión en el punto B es igual a la presión atmosférica. Puesto que estos puntos están al mismo nivel, la altura de la columna mide la presión atmosférica. Este instrumento se denomina *barómetro.*

La presión atmosférica media a nivel del mar soportará una columna de mercurio de 760 mm de alta (unas 30 pulg, o 2,5 pies). Esta presión puede soportar una columna de agua de 34 pies de altura (unos 10,33 m), siendo el cociente entre 34 y 2,5 pies igual al cociente entre la densidad del mercurio y la densidad del agua. El agua se extrae de un pozo haciendo bajar la presión del aire en el extremo superior de un tubo. La presión más elevada de la atmósfera en el extremo inferior del tubo obliga al agua a subir por él, del mismo modo que en la Fig. 7.15. Dado que la presión más baja que puede producir la bomba es cero, la altura máxima a que puede ser elevada el agua por este procedimiento es 34 pies. (En el Apart. 9.5 se explica el mecanismo que permite a los árboles altos elevar el agua muchos metros desde sus raíces a sus ramas más altas.)

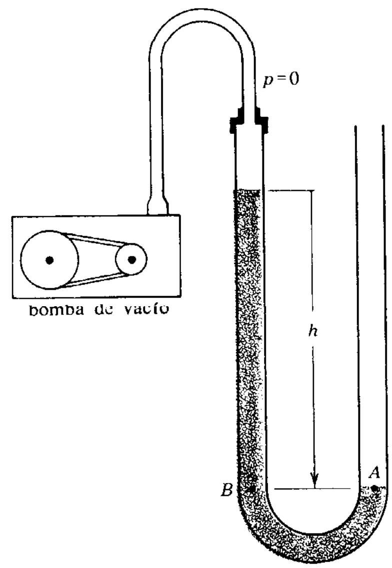


FIGURA 7.15
Manómetro midiendo la presión del aire. En uno de los brazos del manómetro se hace el vacío por medio de una bomba.

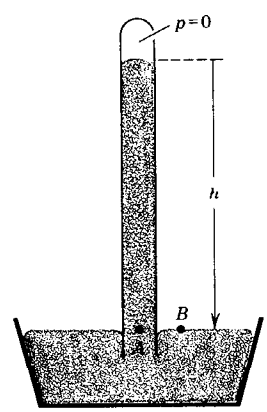


FIGURA 7.16
Barómetro de mercurio.

7.4. EMPUJE

La fuerza de empuje $\mathbf{F}_b$ que ejerce un fluido sobre un objeto sumergido en él puede calcularse a partir de las propiedades discutidas en los Aparts. 7.2 y 7.3. Por lo tanto, consideremos las fuerzas ejercidas sobre el bloque sumergido en el fluido de la Fig. 7.17. La fuerza $\mathbf{F}_B$ ejercida por el fluido sobre la cara superior está dirigida hacia abajo (propiedad 1 de los fluidos), y su módulo es p_BA, donde A es el área de esta cara y p_B es la presión en el fluido a esta profundidad. Análogamente la fuerza $\mathbf{F}_A$ sobre la cara inferior está dirigida hacia arriba y su módulo es p_AA. La suma de estas fuerzas tiene por módulo

$$F_A - F_B = p_AA - p_BA$$

y está dirigida hacia arriba, ya que $F_A > F_B$. De acuerdo con la Ec. 7.6 (propiedad 3) este módulo puede escribirse así

$$\begin{aligned} F_A - F_B &= A\rho_F g(h_A - h_B) \\ &= A\rho_F gh \end{aligned} \qquad 7.8$$

donde ρ_F es la densidad del fluido y h es la altura del bloque.

La suma de las fuerzas sobre las otras caras del bloque es nula, porque para una región cualquiera sobre una cara vertical, como por ejemplo S en la Fig. 7.17, existe otra región S' en la cara opuesta con la misma área y presión. Dado que las fuerzas sobre estas dos regio-

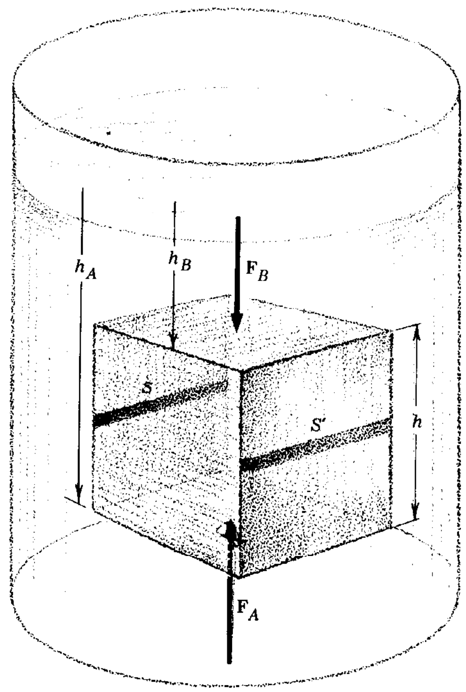


FIGURA 7.17
Fuerzas sobre un bloque sumergido en un fluido.

nes tienen igual módulo pero sentido opuesto, su suma es cero. Todas las otras regiones sobre las caras verticales pueden ser acopladas de un modo similar, de tal manera que la fuerza total sobre estas caras sea nula. Así, la Ec. 7.8 da el módulo de la fuerza total ejercida por el fluido sobre el bloque. Ésta es la fuerza de empuje $\mathbf{F}_b$.

La fuerza de empuje se puede escribir algo diferente observando que Ah es el volumen V del bloque, así que $\rho_F Ah = \rho_F V$ es la masa m_F de un volumen igual de fluido. La fuerza de empuje sobre un objeto de volumen V es

$$F_b = F_A - F_B = \rho_F V g$$
$$= m_F g = \text{peso de un volumen igual de fluido}$$

Este resultado, aunque deducido para el caso especial de un bloque rectangular, es válido en general y puede enunciarse formalmente como sigue:

Principio de Arquímedes. *La fuerza de empuje ejercida por un fluido sobre un objeto es igual al peso del fluido desplazado por el objeto.* Por supuesto que el volumen del fluido desplazado por un objeto que está completamente sumergido es igual al volumen del propio objeto. El principio de Arquímedes incluye también casos en los que el objeto flota. En estos casos sólo parte del objeto está en el fluido, y así el volumen de fluido desplazado es igual al volumen del objeto que queda por debajo de la superficie del fluido.

OBSERVACIÓN. No es difícil ver por qué el principio de Arquímedes es cierto incluso para objetos de forma irregular. Lo que hay que recordar es que dado que el fluido sólo está en contacto con la superficie del objeto, la fuerza que ejerce sobre éste depende sólo de la forma del objeto y no del material del que está hecho. Así la fuerza de empuje sobre el objeto de forma irregular de la Fig. 7.18 es la misma que la fuerza de empuje sobre cualquier otro objeto de igual forma. En la Fig. 7.19 se ha eliminado el objeto, pero se ha delineado una región de fluido de la misma forma. El fluido dentro de esta región está en equilibrio bajo las acciones de la fuerza de la gravedad y de la fuerza de empuje debida al resto del fluido, de aquí que la fuerza de empuje sobre la región sea igual al peso del fluido en el interior de la misma. Esta misma fuerza de empuje actúa sobre cualquier otro objeto de la misma forma.

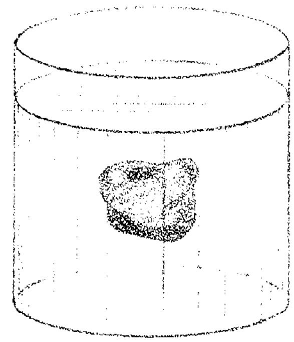


FIGURA 7.18
Objeto de forma irregular sumergido en un fluido.

La fuerza total **F** que actúa sobre un objeto completamente sumergido en un fluido es la suma de la fuerza de empuje y de la fuerza de la gravedad:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_g$$

La fuerza de la gravedad está dirigida hacia abajo y su módulo es

$$F_g = m_O g = \rho_O V g$$

donde m_O = masa del objeto
ρ_O = densidad del objeto
V = volumen del objeto

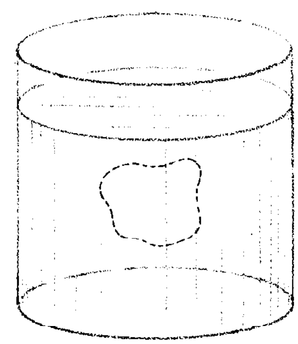


FIGURA 7.19
Región de fluido de la misma forma que el objeto de la Fig. 7.18.

La fuerza de empuje está dirigida hacia arriba y su módulo viene dado por la Ec. 7.8. Por lo tanto el módulo de la fuerza total es

$$\begin{aligned} F &= F_b - F_g \\ &= \rho_F g V - \rho_O g V \\ &= (\rho_F - \rho_O) g V \end{aligned}$$

En general esta fuerza no será nula, de modo que el objeto no estará en equilibrio. Si F es positiva, es decir, si la densidad ρ_F del fluido es mayor que la densidad ρ_O del objeto, la fuerza total está dirigida hacia arriba, y el objeto sube a la superficie del fluido. En el equilibrio, el objeto flota con sólo una parte de su volumen V' sumergida. La fuerza de empuje $\rho_F V'$ es entonces igual a la fuerza de la gravedad $\rho_O g V$,

$$\rho_F g V' = \rho_O g V \qquad \text{o} \qquad \frac{V'}{V} = \frac{\rho_O}{\rho_F}$$

Esto indica que la fracción del volumen del objeto que está sumergido es igual al cociente de la densidad del objeto por la densidad del fluido.

Ejemplo 1. La densidad del cuerpo humano es de unos 0,98 g/cm³. Cuando una persona flota inmóvil en agua dulce, ¿qué fracción de su cuerpo estará sumergida?
La fracción sumergida de dicha persona es

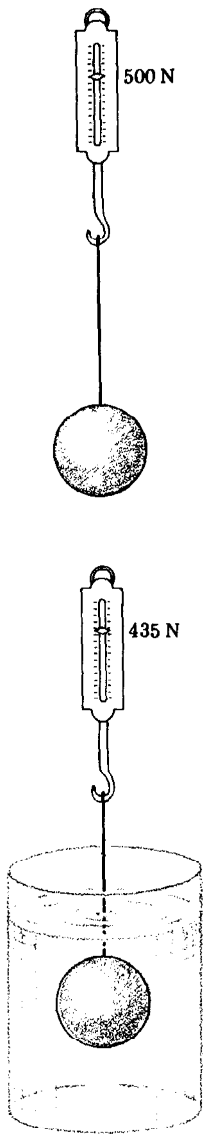
$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho_O}{\rho_F} = \frac{0{,}98 \text{ g/cm}^3}{1{,}00 \text{ g/cm}^3} = 0{,}98$$

Por consiguiente, sólo el 2 por ciento de su cuerpo está por encima del agua, lo que no es suficiente para incluir la nariz o la boca.

Si F es negativa, es decir, si la densidad ρ_F del fluido es menor que la densidad ρ_O del fluido, la fuerza total está dirigida hacia abajo y el objeto desciende hasta el fondo del fluido. En el equilibrio, el fondo ejerce una fuerza de contacto hacia arriba de módulo

$$\begin{aligned} F_c &= -F = -(\rho_F - \rho_O)gV \\ &= -(W_F - W_O) \\ &= W_O - W_F \end{aligned} \qquad 7.9$$

donde W_O es el peso del objeto y $W_F = F_b$ es el peso de igual volumen de fluido. La fuerza de constacto es menor que en ausencia de fluido debido precisamente al empuje.



a

b

FIGURA 7.20
(a) La balanza indica 500 N cuando el objeto está suspendido en el aire. (b) La balanza marca 435 N cuando el objeto está en el agua.

Ejemplo 2. Un objeto de metal está colgado de una balanza de resorte. Cuando el objeto está en el aire (Fig. 7.20a), la escala graduada marca 500 N, pero cuando el objeto se introduce en el agua (Fig. 7.20 b), la escala marca 453 N. ¿Cuál es el volumen y la densidad del objeto?

El valor indicado por la balanza cuando el objeto permanece en el agua es la fuerza de contacto dada por la Ec. 7.9, por lo tanto, el peso de un volumen igual de agua es

$$W_F = W_O - F_c = 500 \text{ N} - 435 \text{ N} = 65 \text{ N}$$

y la masa de un volumen igual de agua es

$$m_F = \frac{W_F}{g} = \frac{65 \text{ N}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 6{,}6 \text{ kg}$$

Como la densidad ρ_F del agua es conocida, el volumen V_O del objeto puede hallarse calculando el volumen de agua desplazada:

$$V_O = V_F = \frac{m_F}{\rho_F} = \frac{6{,}6 \text{ kg}}{1000 \text{ kg/m}^3} = 6{,}6 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

La masa del objeto se conoce por su peso en el aire

$$m_O = \frac{W_O}{g} = \frac{500 \text{ N}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 51{,}0 \text{ kg}$$

de modo que su densidad es

$$\rho_O = \frac{m_O}{V_O} = \frac{51{,}0 \text{ kg}}{6{,}6 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 7{,}7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Un objeto puede permanecer suspendido en un fluido sólo si ρ_O es exactamente igual a ρ_F. Los peces son capaces de satisfacer esta condición porque poseen una vejiga natatoria bajo su espina dorsal (Figura 7.21). Esta cavidad de paredes delgadas se llena con una mezcla de oxígeno y nitrógeno obtenida de la sangre. Variando la cantidad de gas de la cavidad, puede variarse el volumen del pez sin modificar su masa, lo que le permite ajustar su densidad. Para flotar suspendido en el agua, ha de ajustar su densidad hasta igualar a la del agua ambiente.

Cuando se mezclan dos fluidos inmiscibles de densidades diferentes, el fluido de densidad más pequeña flota sobre el de densidad mayor. Por ejemplo, el aceite flota sobre el agua porque su densidad es menor que la del agua. Incluso si los dos fluidos son miscibles, el menos denso flotará sobre la superficie del más denso si se tiene cuidado en no mezclarlos. Este hecho es de importancia fundamental para la circulación del agua en un lago y la del aire en la atmósfera. En la tabla 7.1 se observa que estos dos fluidos son más densos a bajas que a altas temperaturas. En verano, como el agua de la superficie es calentada por el sol, se hace menos densa que la más fría situada debajo. Por lo tanto, el agua caliente de la superficie flota sobre la más fría y evita mezclarse con el agua de los niveles más bajos del lago debido a su propio empuje. Como consecuencia, el nivel inferior permanece estancado y su contenido de oxígeno se va agotando. En otoño, como el lago se enfría, la temperatura del agua llega a hacerse uniforme, de modo que el viento es capaz de mezclar los niveles superiores e inferiores, reponiéndose así el contenido de oxígeno de los niveles bajos. En invierno se hiela el agua de la superficie. Es un hecho notable de la naturaleza el que el agua sea una de las pocas sustancias cuya densidad es menor en estado sólido que en estado líquido. Por lo tanto, el hielo flota en la superficie. Esto evita que el lago se hiele hasta el fondo, lo que acarrearía, por supuesto, la muerte para todos los peces. Toda el agua que queda por debajo del hielo está a una temperatura un poco por encima de la de congelación. En primavera, cuando se disuelve el hielo, el lago está a una temperatura uniforme, de manera que el viento puede volver a mezclar el agua de los niveles inferior y superior.

En la circulación de la atmósfera ocurre precisamente lo contrario. Durante el día el sol calienta la superficie de la Tierra, y ésta calienta a su vez el aire de la atmósfera inferior. Este aire más caliente asciende, mientras que el aire de arriba, más frío y denso, desciende. Así, existe normalmente una constante mezcla vertical del aire de la superficie y el del nivel superior. Esta circulación se ve detenida temporalmente bajo ciertas condiciones meteorológicas en las que el aire anormalmente caliente de la atmósfera superior se mueve por encima del aire más frío de la superficie. Durante estas *inversiones térmicas* el aire contaminado durante el día se va acumulando sobre la ciudad, causando gran sufrimiento e incluso la muerte de personas que padecen enfermedades pulmonares. (El hecho de que ocurran inversiones térmicas demuestra de manera dramática que para eliminar la contaminación del aire dependemos de la normal circulación de éste.)

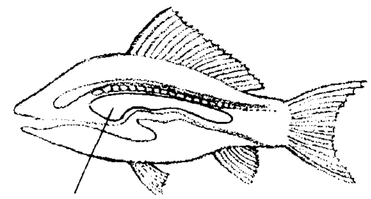


FIGURA 7.21
Vejiga natatoria de un pez.

7.5. FLUJO DE FLUIDOS

Los tres últimos apartados han tratado la física de los fluidos en reposo. La dinámica de los fluidos, la física del movimiento de los fluidos, es mucho más compleja y un tratamiento completo de ella cae fuera del ámbito de este libro. Sin embargo, es de gran importancia para entender diversos fenómenos tales como el vuelo de los aviones, los pájaros y los insectos por el aire, el flujo de la sangre a través de los vasos del sistema circulatorio, y la circulación del aire en la atmósfera. Aunque los principios fundamentales de la dinámica de los fluidos son precisamente las leyes de Newton del movimiento, las ecuaciones matemáticas que describen cómo rigen estas leyes el comportamiento de un fluido en movimiento son en general muy complejas. En este apartado vamos a considerar algunos aspectos sencillos del movimiento de los fluidos relacionados con el flujo a través de tuberías y los aplicaremos a la circulación de la sangre por los vasos del sistema circulatorio.

Viscosidad

Una de las principales diferencias entre un fluido en movimiento y un fluido en reposo es que un fluido en movimiento ejerce una fuerza paralela a una superficie, cosa que no hace un fluido en reposo (propiedad 1 de los fluidos, Apart. 7.2). Cuando un fluido fluye por una superficie, ejerce una fuerza $\mathbf{F}_{\parallel}$ paralela a la superficie y en la dirección del flujo. La reacción $\mathbf{F}_v$ a $\mathbf{F}_{\parallel}$ es una fuerza ejercida sobre el fluido por la superficie y dirigida en sentido opuesto a la dirección del flujo. Esta fuerza, llamada *fuerza viscosa,* juega un papel en el flujo de fluidos análogo al del rozamiento en el movimiento de un sólido sobre otro. Es decir, la fuerza viscosa se opone al movimiento. Para mantener un flujo permanente debe aplicarse al fluido una fuerza motriz externa que equilibre la fuerza viscosa.

El caso más simple es el de un fluido que se mueve a lo largo de una superficie plana S_1, como se representa en la Fig. 7.22. A fin de mantener el flujo, existe una segunda superficie S_2, situada en la parte superior del fluido, que se mueve en la dirección del flujo con velocidad constante v. Dado que el fluido ejerce la fuerza $\mathbf{F}_{\parallel}$ paralela a S_1, debe aplicarse a S_1 a fin de mantenerla en reposo, una fuerza externa $\mathbf{F}_a = -\mathbf{F}_{\parallel}$.* La fuerza viscosa $\mathbf{F}_v$ es la reacción a $\mathbf{F}_{\parallel}$, de modo que

$$\mathbf{F}_v = -\mathbf{F}_{\parallel} = -(-\mathbf{F}_a) = \mathbf{F}_a$$

Así, $\mathbf{F}_v$ se determina midiendo la fuerza externa $\mathbf{F}_a$ necesaria para impedir que S_1 se mueva.

OBSERVACIÓN. $\mathbf{F}_a$ y $\mathbf{F}_v$ son dos fuerzas diferentes que resultan ser iguales. $\mathbf{F}_a$ es la fuerza aplicada a S_1 por algún agente externo, mientras que $\mathbf{F}_v$ es la fuerza viscosa aplicada por S_1 al fluido.

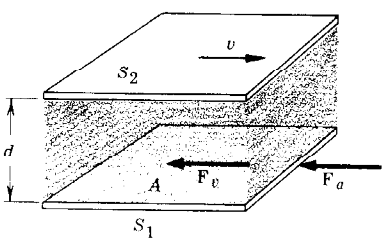


FIGURA 7.22
Flujo de fluido a lo largo de una superficie plana S_1. La superficie superior S_2 se desplaza con velocidad v a fin de mantener el flujo, permaneciendo fija S_1.

Del estudio de F_v llevado a cabo utilizando un dispositivo de placas análogo al de la Fig. 7.22, se obtiene que el módulo de F_v es directamente proporcional a la velocidad v de S_2 y al área A de S_1 e inversamente proporcional a la distancia d entre las superficies. Esto se expresa mediante la fórmula

$$F_v = \frac{\eta A v}{d} \qquad 7.10$$

* El fluido también puede aplicar a S_1 una fuerza perpendicular, pero ésta es precisamente la presión del fluido que ya ha sido estudiada.

donde η† es una constante, llamada *viscosidad,* que es característica del fluido.

Para entender con más claridad lo que está pasando, es necesario examinar el movimiento del fluido con más detalle. Los estudios han demostrado que la capa de fluido adyacente a una superficie se adhiere a la superficie y se mueve con ella. Es decir, no hay movimiento de esta capa de fluido con respecto a la superficie. Por ejemplo, la capa de fluido adyacente a S_2 no se desliza a lo largo de la superficie: se mueve con la misma velocidad v que S_2 (Fig. 7.23). La capa de fluido que está inmediatamente debajo es arrastrada por esta primera capa, pero con una velocidad ligeramente más pequeña porque una capa de fluido se desliza sobre la otra. Esta segunda capa de fluido arrastra a su vez a la capa siguiente con una velocidad aún más pequeña, y así sucesivamente, hasta que se alcanza la capa de fluido adyacente a S_1. Dado que esta capa se adhiere a la superficie en reposo S_1, posee velocidad cero. Esto se muestra de manera esquemática en la Fig. 7.23, donde la velocidad de cada capa aparece indicada por una flecha cuya longitud es proporcional al módulo de v. El fluido se mueve con velocidades diferentes a distancias también diferentes de S_1, pero todas las capas de fluido se mueven paralelamente unas a otras. Éste es el *flujo laminar,* la forma más simple de movimiento de los fluidos.

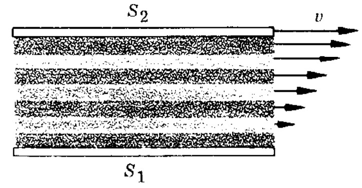


FIGURA 7.23
La velocidad de flujo entre las dos superficies de la Fig. 7.22 varía continuamente desde v, para el fluido en contacto con S_2, a cero, para el fluido en contacto con S_1.

Por lo tanto, la fuerza viscosa no tiene su origen, en realidad, en el deslizamiento del fluido a lo largo de una superficie (como con rozamiento) sino en el deslizamiento de una capa de fluido sobre otra. La fuerza viscosa es grande cuando es grande la fuerza necesaria para producir esta pérdida de velocidad debida al deslizamiento. La viscosidad η es una medida de la fuerza que es necesaria para deslizar una capa de fluido sobre otra. Un valor grande de η corresponde a un fluido muy viscoso como la glicerina o el aceite, mientras que un valor pequeño corresponde a un fluido ligero como el agua o el éter. La viscosidad es una propiedad intrínseca de un fluido y no depende de la naturaleza de la superficie a lo largo de la cual se mueve el fluido.

De la Ec. 7.10 se obtiene que las dimensiones de la viscosidad son

$$\begin{aligned}[\nu] &= \frac{[f][l]}{[l^2][v]} = \frac{[f]}{[l][l/t]} \\ &= \frac{[f][t]}{[l^2]}\end{aligned}$$

En el sistema SI las unidades de viscosidad son N-s/m², mientras que en el cgs son dina-s/cm².

Definición. La unidad SI de viscosidad recibe el nombre de *Poiseuille* (Pl), y la unidad cgs el nombre de *poise* (P). La relación entre estas unidades es

$$\begin{aligned}1 \text{ Pl} = 1 \text{ N-s/m}^2 &= \frac{10^5 \text{ dina-s}}{(10^2 \text{ cm})^2} \\ &= 10 \text{ dina-s/cm}^2 \\ &= 10 \text{ P}\end{aligned}$$

† η es la letra griega eta.

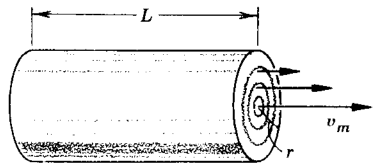


FIGURA 7.24
Flujo de fluido a través de una tubería de radio r y longitud L. La velocidad de flujo varía desde cero, para el fluido en contacto con la tubería, a v_m, para el flujo del centro de la tubería.

La tabla 7.3 da la viscosidad de algunos líquidos y gases comunes en unidades SI y cgs. Dado que la viscosidad de un fluido varía rápidamente con la temperatura, debe indicarse siempre la temperatura a la que ha sido medida la viscosidad. Obsérvese que la viscosidad de un gas es mucho menor que la de un líquido.

Flujo de fluidos en tuberías

Consideremos ahora el problema de un fluido que circula por una tubería de radio r y longitud L (Fig. 7.24). La velocidad de la capa de fluido adyacente a la pared de la tubería es cero, y el fluido se mueve a lo largo del eje central de la tubería con la velocidad máxima v_m. La velocidad en cada capa concéntrica de fluido varía continuamente de v_m a cero al ir alejándonos del eje central. Por lo tanto, la velocidad media del fluido es $\bar{v} = \frac{1}{2}v_m$.
Al movimiento del fluido por la tubería se opone la fuerza viscosa ejercida sobre el fluido por las paredes de la tubería. La ecuación 7.10 sólo se aplica al caso de dos superficies planas, pero puede emplearse para hacer un cálculo aproximado en el caso que nos ocupa. Tomemos como área en la Ec. 7.10 el área de la pared de la tubería, porque ésta es el área que está en contacto con el fluido. El área de la pared es igual a la longitud de la circunferencia multiplicada por la longitud de la tubería, o sea

TABLA 7.3. **Viscosidad de algunos gases y líquidos comunes.**

Fluido	Temperatura °C	Viscosidad: Poises (dina-s/cm², o P)	Viscosidad: Poiseuilles (N · s/m², o Pl)
Líquidos			
Acetona	25	$3{,}16 \times 10^{-3}$	$3{,}16 \times 10^{-4}$
Plasma sanguíneo	37	$1{,}5 \times 10^{-2}$	$1{,}5 \times 10^{-3}$
Sangre	37	4×10^{-2}	4×10^{-3}
Etanol	20	$1{,}20 \times 10^{-2}$	$1{,}20 \times 10^{-3}$
Éter	20	$2{,}33 \times 10^{-3}$	$2{,}33 \times 10^{-4}$
Glicerina	20	14,9	1,49
Mercurio	20	$1{,}55 \times 10^{-2}$	$1{,}55 \times 10^{-3}$
Aceite ligero de máquina	16	1,13	0,113
	38	0,34	$3{,}4 \times 10^{-2}$
Agua	0	$1{,}79 \times 10^{-2}$	$1{,}79 \times 10^{-3}$
	20	$1{,}00 \times 10^{-2}$	$1{,}00 \times 10^{-3}$
	37	$6{,}91 \times 10^{-3}$	$6{,}91 \times 10^{-4}$
	100	$2{,}82 \times 10^{-3}$	$2{,}82 \times 10^{-4}$
Gases			
Aire	0	$1{,}71 \times 10^{-4}$	$1{,}71 \times 10^{-5}$
	18	$1{,}83 \times 10^{-4}$	$1{,}83 \times 10^{-5}$
	40	$1{,}90 \times 10^{-4}$	$1{,}90 \times 10^{-5}$
Helio	20	$1{,}94 \times 10^{-4}$	$1{,}94 \times 10^{-5}$
Vapor de agua	100	$1{,}25 \times 10^{-4}$	$1{,}25 \times 10^{-5}$

$$A = 2\pi rL$$

En la Ec. 7.10 tomamos como distancia el radio r de la tubería porque ésta es la distancia a lo largo de la cual la velocidad del fluido varía de v_m a cero. Por último, como v tomamos la velocidad máxima del fluido v_m. El resultado es

$$F_v = \eta\frac{2\pi rLv_m}{r} = 2\pi\eta Lv_m$$

Este cálculo aproximado da la dependencia correcta de F_v con η, L y v_m, pero su valor resulta pequeño en un factor 2. Un análisis más cuidadoso muestra que

$$F_v = 4\pi\eta Lv_m \qquad 7.11$$

Esta fuerza viscosa se opone al flujo del fluido, luego para mantener un flujo constante debe existir una fuerza motriz de módulo F_v. Si se desprecia la gravedad, la única fuerza sobre el fluido está originada por la presión del fluido. El fluido que entra en la tubería por la izquierda a la presión p_1 ejerce una fuerza p_1A hacia la derecha sobre el fluido del interior de la tubería, donde ahora $A = \pi r^2$ es el área de la sección transversal de la tubería. El fluido que sale por la derecha de la tubería a la presión p_2 ejerce una fuerza p_2A hacia la izquierda sobre el fluido de la tubería. Si p_2 es menor que p_1, existirá una fuerza motriz neta

$$\begin{aligned} p_1A - p_2A &= (p_1 - p_2)A \\ &= (p_1 - p_2)\pi r^2 \end{aligned}$$

sobre el fluido y dirigida hacia la derecha. La condición de flujo constante es que esta fuerza motriz sea precisamente igual a F_v,

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = 4\pi\eta Lv_m$$

de modo que

$$v_m = \frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\eta L} \qquad 7.12$$

Esta ecuación da la velocidad en el centro de la tubería en función de la diferencia de presión entre los extremos de la tubería, el radio y la longitud de ésta y la viscosidad del fluido. Para una diferencia de presión dada, v_m aumenta con r y disminuye con η y L, lo cual es razonable. Despejando $p_1 - p_2$ de la Ec. 7.12, tenemos

$$p_1 - p_2 = \frac{4\eta Lv_m}{r^2} \qquad 7.13$$

que da la diferencia de presión que se produce en un fluido cuando circula por una tubería.

Ejemplo 1. ¿Cuál es la caída de presión en la sangre cuando pasa por un capilar de 1 mm de longitud y 2 μm ($= 2 \times 10^{-6}$ m) de radio si la velocidad de la sangre en el centro del capilar es de 0,66 mm/s?

En este problema conocemos $L = 10^{-3}$ m, $r = 2 \times 10^{-6}$ m, $v_m = 6{,}6 \times 10^{-4}$ m/s y en la tabla 7.3 se encuentra que la viscosidad de la sangre es $\eta = 4 \times 10^{-3}$ Pl. Con estos valores en la Ec. 7.13, la caída de presión al pasar por un capilar resulta ser

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= \frac{4(4 \times 10^{-3}\ \text{N-s/m}^2)(10^{-3}\ \text{m})(0{,}66 \times 10^{-3}\ \text{m/s})}{(2 \times 10^{-6}\ \text{m})^2} \\ &= 0{,}26 \times 10^4\ \text{Pa} \\ &= (0{,}26 \times 10^4)(7{,}50 \times 10^{-3})\ \text{Torr} \\ &= 19.5\ \text{Torr} \end{aligned}$$

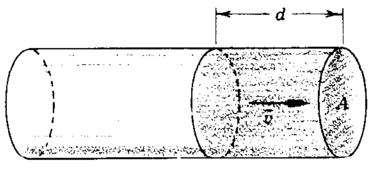


FIGURA 7.25
Sección de fluido de longitud d desplazándose a velocidad media $\bar{v}$.

Éste es un valor típico de la caída de presión en un capilar, aunque hay una gran variación de un capilar a otro.
La magnitud que más interesa no es la velocidad del flujo sino el volumen de fluido que pasa por segundo a través de un vaso. Éste recibe el nombre de *flujo Q del fluido* y está relacionado con la velocidad media de flujo $\bar{v}$ y el área de la sección transversal del vaso. La Fig. 7.24 muestra una sección de fluido de longitud d que circula por una tubería de radio r. Si la sección se desplaza a la velocidad media $\bar{v}$, saldrá de la tubería en el tiempo $t = d/\bar{v}$. El volumen V del fluido de esta sección es igual al área $A = \pi r^2$ de la sección transversal de la tubería multiplicada por la longitud d. Por consiguiente el flujo es

$$\begin{aligned} Q &= \frac{V}{t} = \frac{Ad}{d/\bar{v}} = A\bar{v} \\ &= \pi r^2 \bar{v} \end{aligned} \qquad 7.14$$

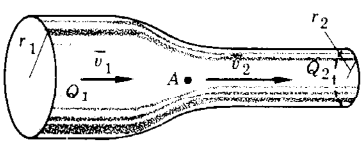


FIGURA 7.26
La velocidad del fluido varía cuando lo hace el radio de la tubería, ya que Q_1 y Q_2 son iguales.

La Fig. 7.26 muestra un flujo en una tubería cuyo radio varía de r_1 a r_2. Según la Ec. 7.14, el flujo en las dos secciones del tubo es

$$Q_1 = \pi r_1^2 \bar{v}_1 \qquad \text{y} \qquad Q_2 = \pi r_2^2 \bar{v}_2$$

Ahora bien, si Q_1 fuera mayor que Q_2, entraría en la región A más fluido del que sale de ella y habría una acumulación de fluido en A, lo cual es imposible. Asimismo, si Q_1 fuera menor que Q_2 se establecería un déficit de fluido en A. Como en realidad la cantidad de fluido en A permanece invariable, Q_1 ha de ser igual a Q_2. Por consiguiente tenemos

$$r_1^2 \bar{v}_1 = r_2^2 \bar{v}_2$$

Ello nos dice que si varía el radio de la tubería varía también la velocidad del fluido, de modo que el flujo permanece constante.

Ejemplo 2. En un adulto normal en reposo, la velocidad media a través de la aorta vale $\bar{v} = 0{,}33$ m/s. ¿Cuál es el flujo a través de una aorta de radio $r = 9$ mm?
El área de la sección transversal de la aorta es

$$A = \pi r^2 = (3{,}14)(9 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 = 2{,}5 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

por lo cual el flujo vale

$$Q = A\bar{v} = (2{,}5 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)(0{,}33\ \text{m/s})$$
$$= 0{,}83 \times 10^{-4}\ \text{m}^3/\text{s} = 83\ \text{cm}^3/\text{s}$$

La sangre pasa de la aorta a las arterias principales, luego a las más pequeñas (arteriolas), y por último, a los capilares. Cada vaso se divide en vasos mucho más pequeños, pero, aunque el área de la sección transversal de cada arteria es más pequeña que el área de la aorta, el área de la sección transversal total de todas las arterias principales es 20×10^{-4} m². Esto se representa de manera esquemática en la Fig. 7.27. Dado que el flujo total a través de todas estas arterias es el mismo que a través de la aorta, puede utilizarse la Ec. 7.14 para calcular la velocidad media de la sangre en las arterias. Haciendo uso del valor de Q hallado en el ejemplo 2 se obtiene

$$\bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}83 \times 10^{-4}\ \text{m}^3/\text{s}}{20 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}$$
$$= 0{,}041\ \text{m/s}$$

Así, la sangre se mueve más lentamente en las arterias que en la aorta, porque el área de la sección transversal total de las arterias es mayor que el área de la aorta. El área de la sección transversal total de todos los capilares es 0,25 m², de modo que la velocidad media a través de ellos es de sólo $0{,}33 \times 10^{-3}$ m/s.

Las ecuaciones 7.12 y 7.14 pueden combinarse para dar una importante ecuación que relaciona el flujo con la diferencia de presión en una tubería. Para hacer esto recordemos que la velocidad en la tubería varía de cero en la pared a v_m en el centro. Por lo tanto, la velocidad media $\bar{v}$ es $1/2\ v_m$, y así la Ec. 7.14 puede escribirse

$$Q = \tfrac{1}{2}\pi r^2 v_m$$

Sustituyendo en esta última expresión v_m por el segundo miembro de la Ec. 7.12, se obtiene la ecuación

$$Q = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8\eta L} \qquad 7.15$$

que se conoce como *ley de Poiseuille*. Esta ley establece que la *cantidad de fluido que circula por una tubería es proporcional a la disminución de la presión a lo largo de la misma y a la cuarta potencia del radio de la tubería*. Esto es, para la misma diferencia de presión, circulará 16 veces más fluido por una tubería de 2 mm de radio que por otra de 1 mm de radio. La ecuación 7.15 es fundamental para entender correctamente cómo circula la sangre por el cuerpo.

OBSERVACIÓN. La ley de Poiseuille es realmente sólo una aproximación, válida cuando la velocidad de flujo $\bar{v}$ es suficientemente pequeña. Si la velocidad es grande, el flujo no consiste ya en capas concéntricas de fluido moviéndose todas paralelamente unas con respecto a otras a diferentes velocidades (flujo laminar). En cambio, aparece la turbulencia, en la que parte del fluido se mueve en pequeños círculos dentro de la tubería (remolinos). La teoría del flujo turbulento es muy compleja, y el fenómeno de la turbulencia no ha sido aún entendido completamente.

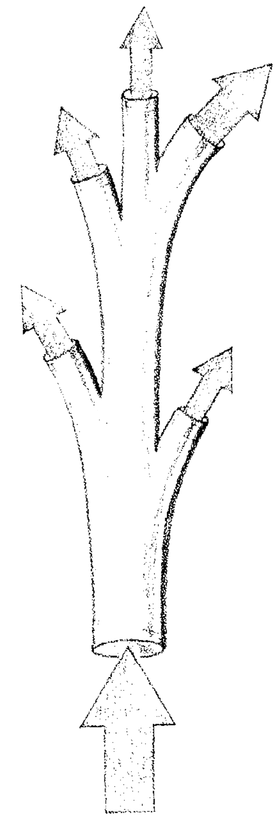


FIGURA 7.27
Sangre circulando desde la aorta hasta un cierto número de arterias más pequeñas. La suma de las áreas transversales de estas arterias es mayor que el área de la aorta, de aquí que la velocidad media a través de ellas sea más lenta que a través de la aorta.

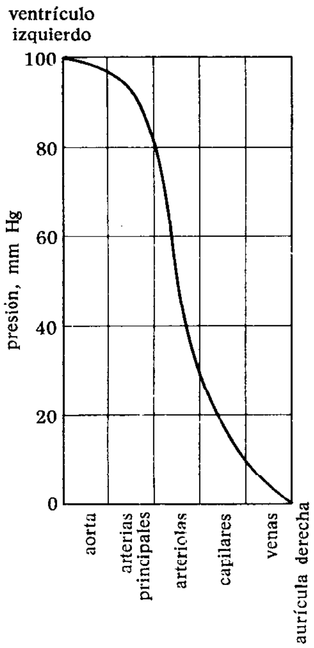


FIGURA 7.28
Representación esquemática de la variación que experimenta la presión de la sangre al circular a través del sistema circulatorio del cuerpo.

Flujo sanguíneo

La aorta es tan grande ($r = 9$ mm) que sólo se requiere una diferencia de presión de 3 mm Hg para mantener en ella un flujo normal de sangre. Así, si la presión de la sangre es de 100 mm Hg cuando entra en la aorta, se reduce a 97 mm Hg cuando pasa a las arterias principales. Dado que estos vasos tienen radios mucho más pequeños que la aorta, es necesaria una caída de presión de 17 mm Hg para mantener en ellas el flujo. Por lo tanto, la presión es de sólo 80 mm Hg cuando la sangre penetra en las arteriolas (pequeñas arterias). Estos vasos tienen radios aún más pequeños, de modo que para mantener el flujo en ellos se necesita una caída de presión de 55 mm Hg. Por último, existe una caída de presión adicional de 20 mm Hg cuando la sangre pasa por los capilares. (La caída de presión en los capilares es menor que en las arteriolas, aun cuando los capilares tienen radios mucho más pequeños, porque el número de éstos es tan grande que el flujo sanguíneo en cada uno de ellos es muy pequeño.) Por lo tanto, la presión de la sangre desciende a sólo 10 mm Hg cuando alcanza las venas. La Fig. 7.26 muestra de manera esquemática las variaciones de presión en la sangre en su movimiento a través del aparato circulatorio del cuerpo.
Es conveniente escribir la Ec. 7.15 en la forma

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{R} \qquad 7.16$$

donde

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4} \qquad 7.17$$

es la resistencia de un solo vaso. La ecuación 7.16 también es válida para una compleja red de vasos interconectados, como la de los vasos sanguíneos del sistema circulatorio, si se considera R como la resistencia total de la red. Esta resistencia total se calcula a partir de las resistencias de los vasos individuales de la red por el mismo procedimiento que el empleado para calcular la resistencia total de un circuito eléctrico (Apart. 18.2). La importancia de la Ec. 7.16 es que muestra la relación entre la presión sanguínea y la resistencia total.

Ejemplo 3. ¿Cuál es la resistencia total del sistema circulatorio?
Ya hemos indicado que en un adulto normal $Q = 0{,}83 \times 10^{-4}$ m^3/s y que la caída de presión total desde la aorta a los capilares es

$$p_1 - p_2 = 90 \text{ mm Hg} = 1{,}2 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

Por lo tanto, la resistencia total de todas las arterias, arteriolas y capilares del cuerpo es

$$R = \frac{p_1 - p_2}{Q} = \frac{1{,}2 \times 10^4 \text{ N/m}^2}{0{,}83 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}}$$
$$= 1.44 \times 10^8 \text{ N-s/m}^5$$

Si la resistencia total del cuerpo crece de manera anormal, la presión sanguínea debe aumentar para mantener normal el flujo de sangre. Ésta es la situación de hipertensión (presión sanguínea alta), que es la causa del 12 por ciento de las defunciones. Por otro lado, si la resistencia se reduce mientras la presión sanguínea permanece invariable, el flujo Q aumenta. Durante la realización de un ejercicio físico hay un aumento en la presión y una disminución en la resistencia total lo que hace que se produzca un gran flujo sanguíneo, necesario en estos casos. La disminución de la resistencia se produce por un aumento en los radios de los vasos sanguíneos (vasodilatación). Dado que R es inversamente proporcional a la cuarta potencia de r, un pequeño aumento en el radio produce una gran disminución en la resistencia.

El efecto de la presión sanguínea alta es hacer que el corazón trabaje más que en condiciones normales. La potencia disponible P del corazón es el trabajo que éste realiza por segundo para impulsar la sangre. Si la sangre avanza una distancia d en el tiempo t, la potencia es

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F\bar{v}$$

donde $\bar{v}$ es la velocidad media de la sangre cuando sale del corazón y F es la fuerza media ejercida por el corazón sobre la sangre. Esta fuerza es precisamente la presión p ejercida por el corazón sobre la aorta multiplicada por el área de la sección transversal de la aorta

$$F = pA$$

y por lo tanto

$$P = pA\bar{v} = pQ \tag{7.18}$$

donde hemos utilizado la Ec. 7.14. La Ec. 7.18 muestra que el trabajo por segundo hecho por el corazón aumenta con la presión sanguínea.

Ejemplo 4. ¿Cuál es la potencia del corazón de un adulto normal en reposo?

La presión media y el flujo sanguíneo medio en un adulto normal en reposo valen $p = 100$ mm Hg $= 1{,}3 \times 10^4$ N/m^2 y $Q = 0{,}83 \times 10^{-4}$ m^3/s, de modo que la potencia del corazón es

$$\begin{aligned} P = pQ &= (1{,}3 \times 10^4 \text{ N/m}^2)(0{,}83 \times 10^{-4} \text{ m}^3\text{/s}) \\ &= 1{,}1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1{,}1 \text{ J/s} = 1{,}1 \text{ W} \end{aligned}$$

Así, la potencia normal del corazón es sólo de 1 W, o sea el 1 por ciento de la potencia total consumida por el cuerpo (Apart. 5.6).

PROBLEMAS

1. Una bailarina de ballet que pesa 50 kp está apoyada sobre la punta del pie. ¿Cuál es la presión sobre el área del suelo que toca, si la punta de su pie tiene un área de 22,7 cm^2?
   Resp. 217006,3 N/m^2.
2. El filo de un cincel tiene un área de 0,12 pulg^2. Cuando se golpea con un martillo, el cincel ejerce una fuerza momentánea de 20 lb sobre un ladrillo. ¿Cuál es la presión ejercida directamente debajo del filo del cincel?
3. Una explosión origina un aumento momentáneo en la presión del aire ambiente (*sobrepresión*). Calcular la fuerza total ejercida por una sobrepresión de 2758 N/m^2 sobre la pared de un edificio de 6 m de alto y 9 m de ancho.
   Resp. 148 932 N.

4. La presión sistólica de un paciente es 220 mm Hg. Convertir esta presión en (*a*) pascals, (*b*) libras por pulgada cuadrada y (*c*) centímetros de agua.
5. La presión (manométrica) del aire suministrado a un paciente por medio de un respirador es 20 cm H_2O. Convertir esta presión en (*a*) newtons por metro cuadrado, (*b*) libras por pulgada cuadrada y (*c*) torrs.
Resp. (*a*) 1962 N/m^2; (*b*) 0,284 $lb/pulg^2$; (*c*) 14,7 torr.
6. Los diámetros de los émbolos grande y pequeño de un elevador hidráulico (Fig. 7.6) son 6,0 y 1,5 pulg, respectivamente. (*a*) ¿Cuál es la fuerza que debe aplicarse al émbolo más pequeño para levantar un automóvil de 2000 lb colocado sobre el émbolo grande? (*b*) Si el émbolo pequeño desciende 5 pulg, ¿cuánto sube el émbolo grande?
7. Se aplica una fuerza de 4 N al émbolo de una jeringa hipodérmica cuya sección transversal tiene un área de 2,5 cm^2 (figura 7.29). (*a*) ¿Cuál es la presión (manométrica) en el fluido que está dentro de la jeringa? (*b*) El fluido pasa a través de una aguja hipodérmica cuya sección transversal tiene un área de 0,008 cm^2. ¿Qué fuerza habría de aplicarse al extremo de la aguja para evitar que el fluido saliera? (*c*) ¿Cuál es la fuerza mínima que debe aplicarse al émbolo para inyectar fluido en una vena en la que la presión sanguínea es 12 mm Hg?
Resp. (*a*) $1,6 \times 10^4$ N/m^2; (b) 0,0128 N; (*c*) 0,40 N.

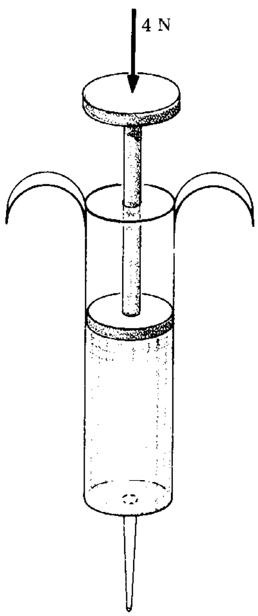


FIGURA 7.29. Problema 7.

8. El corazón impulsa sangre a la aorta a una presión media de 100 mm Hg. Si el área de la sección transversal de la aorta es 3 cm^2, ¿cuál es la fuerza media ejercida por el corazón sobre la sangre que entra en la aorta?
9. ¿Cuál es la masa de 200 ml de triclorometano?
Resp. 297 g.
10. Calcular la masa del aire de una habitación de 6 m de ancho, 10 m de larga y 4 m de alta.
11. (*a*) Calcular la masa de un cilindro de aluminio de 10 cm de largo y 4 cm de diámetro. (*b*) La masa de un cilindro de tungsteno del mismo tamaño y forma es 1758 g. ¿Cuál es la densidad del tungsteno?
Resp. (*a*) 339 g; (*b*) 14 g/cm^3.
12. Una pulgada de agua (pulg H_2O), unidad de presión utilizada a veces en terapia respiratoria, es la presión ejercida por una columna de agua de 1 pulg de alta. Hacer la conversión de pulgadas de agua a (*a*) centímetros de agua y (*b*) milímetros de mercurio.
13. La pulgada de mercurio es una unidad de presión que se emplea a veces en meteorología. Hacer la conversión de pulgadas de mercurio a (*a*) milímetros de mercurio y (*b*) atmósferas.
Resp. (*a*) 1 pulg Hg = 25,4 mm Hg; (b) 1 pulg Hg = 0,0333 atm.
14. Un dique presenta un escape a 4 m por debajo de la superficie del agua. Si el área del agujero es 1,5 cm^2, ¿cuál es la fuerza que debe aplicar un niño holandés al agujero para evitar que se salga el agua?
15. (*a*) Fluye plasma desde un frasco a través de un tubo hasta una vena del paciente. Cuando el frasco se mantiene a 1,5 m por encima del brazo del paciente, ¿cuál es la presión del plasma cuando penetra en la vena? (*b*) Si la presión san-

guínea en la vena es 12 mm Hg, ¿cuál es la altura mínima a la que debe mantenerse el frasco para que el plasma fluya en la vena? (*c*) Supongamos que un astronauta necesita una transfusión en la Luna. ¿A qué altura mínima habría que mantener el frasco en este caso? En la Luna g es 1,63 m/s^2.
Resp. (*a*) 114 mm Hg; (*b*) 0,16 m (debido a la viscosidad del plasma, el frasco debe mantenerse mucho más alto que esto para conseguir un flujo apreciable); (*c*) 0,95 m.

16. En un primitivo experimento para demostrar la existencia de la presión sanguínea, se hacía pasar la sangre de una arteria de un caballo hasta el fondo de un tubo vertical. ¿A qué altura subía la sangre en el tubo? Supóngase que la presión sanguínea del caballo es 80 mm Hg y que la densidad de la sangre del caballo es la misma que la de la sangre humana.
17. Algunas personas experimentan molestias de oído al subir en un ascensor a causa del cambio de presión. Si la presión detrás del tímpano no varía durante la subida, la disminución de la presión exterior da lugar a una fuerza neta sobre el tímpano dirigida hacia afuera. (*a*) ¿Cuál es la variación en la presión del aire al subir 100 m en un ascensor? (*b*) ¿Cuál es la fuerza neta sobre un tímpano de área 0,6 cm^2?
Resp. (*a*) 1176 N/m^2; (*b*) 0,07 N.
18. Alrededor de 1646 Pascal llevó a cabo el experimento que se muestra en la figura 7.30. Se conectó un tubo muy largo, cuya sección transversal tenía un área $A = 3 \times 10^{-5}$ m^2, a un barril de vino que tenía una tapa de área $A' = 0{,}12$ m^2. Primero se llenó el barril de agua y a continuación se añadió agua al tubo hasta que el barril reventó. Esto sucedió cuando la columna de agua era de 12 m de alta. Precisamente antes de que el barril reventara, ¿cuál era (*a*) el peso del agua contenida en el tubo, (*b*) la presión (manométrica) del agua sobre la tapa del barril, (*c*) la fuerza neta ejercida sobre la tapa?

OBSERVACIÓN. Obsérvese que el agua contenida en el tubo, aunque pesaba menos de 1 lb, era capaz de ejercer una fuerza de miles de libras sobre la tapa del barril.

19. Con un intenso esfuerzo de inspiración, por ejemplo, aspirando a fondo, la presión manométrica en los pulmones puede reducirse a —80 mm Hg. (*a*) ¿Cuál es la altura máxima a la que puede ser sorbida el agua en una paja? (*b*) La ginebra tiene una densidad de 920 kg/m^3. ¿Cuál es la altura máxima a la que puede ser sorbida la ginebra en una paja?
Resp. (*a*) 1,08 m; (*b*) 1,18 m.

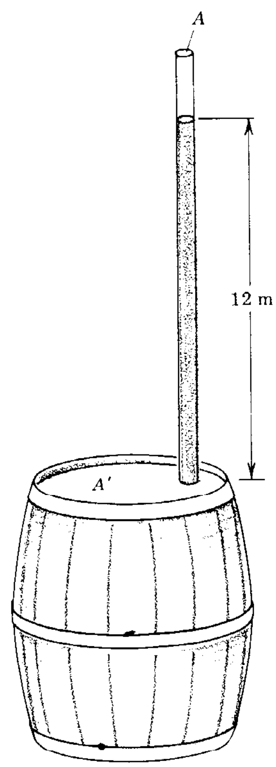


FIGURA 7.30. Problema 18.

20. Un manómetro de mercurio está conectado a una vasija del modo que se indica en la Fig. 7.31. (*a*) ¿Cuál es la presión (manométrica) en la vasija? (*b*) ¿Cuál es la presión absoluta en la vasija, suponiendo que la presión atmosférica es $1{,}01 \times 10^5$ N/m^2? (*c*) Si se duplica la presión absoluta en la vasija, ¿cuál es la presión manométrica?

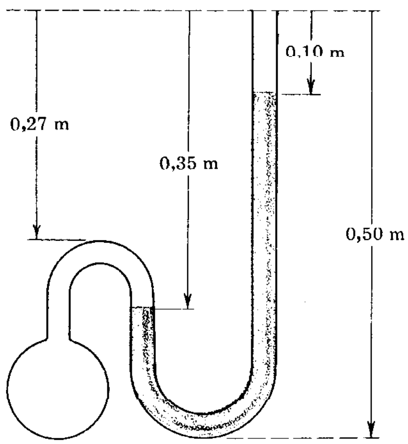


FIGURA 7.31. Problema 20.

21. Un manómetro de mercurio está conectado a una vasija tal como se representa en la Fig. 7.32. (*a*) Si la altura d_A de la columna de la izquierda es 0,22 m, ¿cuál es la altura d_B de la columna de la derecha cuando la presión manométrica dentro de la vasija es $0{,}16 \times 10^5$ N/m²? (*b*) ¿Cuáles son las alturas d_A y d_B cuando la presión manométrica es $0{,}32 \times 10^5$ N/m²?
Resp. (*a*) 0,34 m; (*b*) 0,16 y 0,40 m.

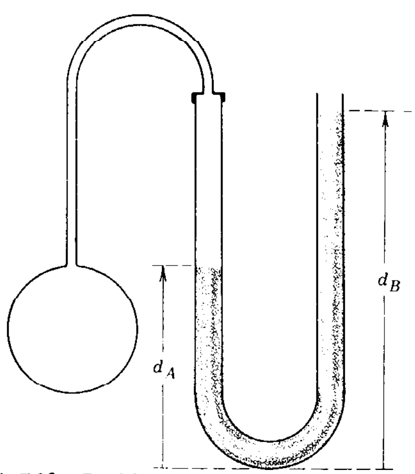


FIGURA 7.32. Problema 21.

22. Un cilindro cuya sección transversal tiene un área $A = 4 \times 10^{-4}$ m² está conectado mediante un tubo a una de las ramas de un manómetro de mercurio (Fig. 7.33). ¿Cuál es la diferencia de alturas en las dos columnas cuando se coloca una masa de 3 kg sobre el émbolo del cilindro?

23. ¿Qué altura habría de tener un barómetro llenado con glicerina?
Resp. 8,18 m.

* 24. Se sumerge un objeto hemisférico en un fluido (Fig. 7.34). Demostrar que la fuerza total **F** sobre la porción curvada del hemisferio, es decir, el vector suma de las fuerzas que actúan sobre cada uno de los puntos de esta superficie, tiene el módulo $F = \pi r^2 p$, donde r es el radio de la esfera y p es la presión en el fluido. (*Indicación:* Hallar primero la fuerza total sobre

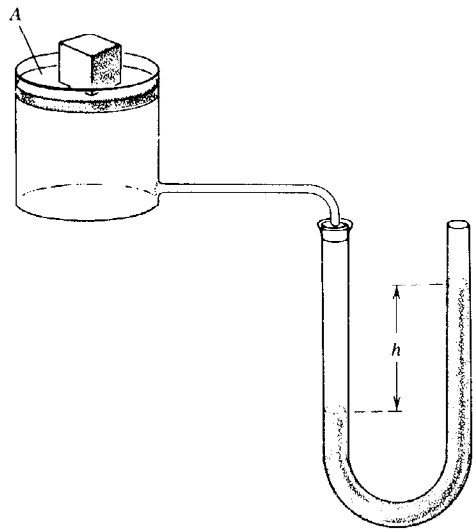


FIGURA 7.33. Problema 22.

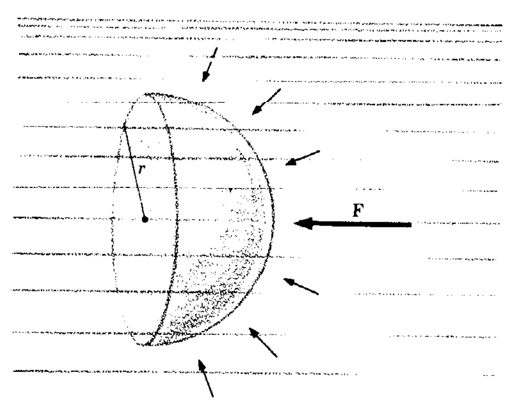


FIGURA 7.34. Problema 24.

la superficie plana y utilizar luego la primera ley de Newton. No tener en cuenta las variaciones de la presión con la profundidad.)

25. En 1654 Otto von Guericke hizo una demostración en Magdeburgo del efecto de la presión del aire. Para desalojar el aire de entre dos hemisferios de metal hizo uso de una bomba de aire que él mismo había inventado. Tiros de ocho caballos, tirando de cada hemisferio, fueron después incapaces de separarlos. Si el radio de cada hemisferio era 0,3 m y la presión dentro de ellos 0,1 atm, ¿qué fuerza habría tenido que ejercer cada tiro de caballos para separar los hemisferios? (Usar el resultado del Prob. 24.)
Resp. 2,57 × 10^4 N.
26. ¿Qué fracción de un iceberg queda por debajo de la superficie del agua?
27. Una «burbuja» de aire caliente (30 °C), formada cerca del suelo, asciende en el aire frío (10 °C) situado encima del suelo. (*a*) Si el volumen de la burbuja es 8 m³, ¿cuál es la fuerza total sobre ella? (*b*) ¿Cuál es la aceleración ascendente de la burbuja si se desprecia la resistencia del aire?
Resp. (*a*) 7,06 N; (*b*) 0,76 m/s².
28. ¿Cuál es la aceleración ascendente de un bloque de madera que se suelta en el fondo de un lago?
29. Un bloque de aluminio de 2 kg está en el agua colgado de una cuerda unida a una balanza (Fig. 7.35). ¿Cuál es la indicación de la balanza?
Resp. 12,3 *N*.

* 30. Cuando un peso *W* colgado de una cuerda unida a una balanza se sumerge en el agua (Fig. 7.35), la balanza marca *W'*. Demostrar que la densidad ρ del objeto colgado es

$$\rho = \frac{W}{W - W'} \rho_w$$

donde ρ_w es la densidad del agua.

31. La velocidad v_m de la sangre en el centro de un capilar es 0,066 cm/s. La longitud *L* del capilar es 0,1 cm y su radio *r* es 2 × 10^{-4} cm. (*a*) ¿Cuál es el flujo *Q* en el capilar? (*b*) Hacer un cálculo aproximado del número total de capilares del

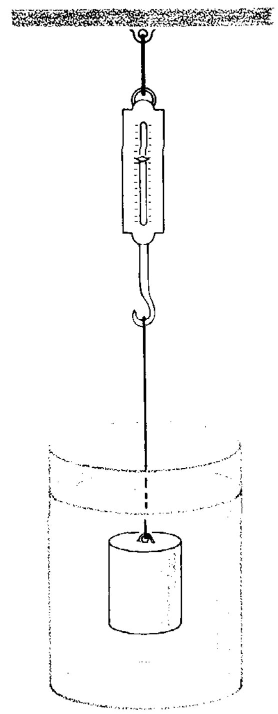


FIGURA 7.35. Problemas 29 y 30.

cuerpo a partir del hecho de que el flujo a través de la aorta es 83 cm³/s.
Resp. (*a*) 4,14 × 10^{-9} cm³/s; (*b*) 2 × 10^{10}.
32. (*a*) Calcular la resistencia que presenta a la sangre el capilar descrito en el Prob. 31. (*b*) Calcular la resistencia cuando el radio del capilar se dilata hasta 2,5 × 10^{-4} cm.
33. (*a*) ¿Cuál es la resistencia al agua de un capilar de vidrio de 20 cm de longitud y 0,06 cm de radio? (*b*) ¿Cuál es el flujo a través del capilar cuando la diferencia de presión entre sus extremos es 15 cm H_2O? (*c*) ¿Qué diferencia de presión da un flujo de 0,5 cm³/s?
Resp. (*a*) 3,93 × 10^9 N-s/m⁵; (*b*) 0,374 cm³/s; (*c*) 20 cm H_2O.
34. (*a*) ¿Cuál es la resistencia al agua de una aguja hipodérmica de 8 cm de longitud y 0,04 cm de radio interno? (*b*) La aguja está unida a una jeringa con un émbolo de 3,5 cm² de área. ¿Cuál es la fuerza que debe aplicarse al émbolo para conseguir que el agua fluya de la jeringa a una vena con una velocidad de flujo de *Q* = 2 cm³/s?

Supóngase que la presión en la vena es 9 mm Hg.

35. Durante la micción, la orina fluye desde la vejiga, donde su presión manométrica es 40 mm Hg, a través de la uretra hasta el exterior. Calcular el diámetro de una uretra femenina si se conocen los siguientes datos:
Longitud de la uretra femenina = 4 cm.
Flujo durante la micción = 21 cm^3/s.
Viscosidad de la orina = $6{,}9 \times 10^{-4}$ PI.
Resp. 1,4 mm.

* 36. (*a*) Demuéstrese que la presión sanguínea vale lo mismo en todos los mamíferos de la misma forma, a pesar de su distinto tamaño (la presión sanguínea extraordinariamente alta de la jirafa es consecuencia de su forma poco usual, no de su tamaño). (*b*) Demuéstrese que el flujo Q varía según L^2, siendo L el factor de escala (Apartado 1.4). (*Sugerencia:* Referirse a la discusión del Apart. 5.6.) (*c*) Demuéstrese que la resistencia total al flujo sanguíneo por parte del sistema circulatorio se rige por el factor L^2.

37. Se ha hallado experimentalmente que el flujo de un fluido de densidad ρ y viscosidad η a través de una tubería de radio r es laminar mientras el *numero de Reynolds*

$$\mathrm{Re} = \frac{\bar{v}r\rho}{\eta}$$

es menor que 1000. Aquí $\bar{v}$ es la velocidad media del fluido en la tubería. A partir de los datos del Apart. 7.5, calcular el número de Reynolds para el flujo de sangre (*a*) a través de la aorta y (*b*) a través de un capilar típico.
Resp. (*a*) 780; (*b*) $1{,}73 \times 10^{-4}$.

* 38. (*a*) Demostrar que el número de Reynolds definido en el Prob. 37 puede escribirse también

$$\mathrm{Re} = \frac{Q\rho}{\pi r\eta}$$

(*b*) Demostrar que el flujo de agua a través de un capilar será laminar siempre que Q (en centímetros cúbicos por segundo) sea menor que el diámetro del capilar (en milímetros).

* 39. Un fluido ejerce una fuerza viscosa F_v sobre un objeto que se desplaza a través de él. Para una pequeña esfera de radio r que se mueve lentamente con velocidad v, la fuerza viene dada por la ley de Stokes

$$F_v = 6\pi\eta r v$$

(*a*) ¿Cuál es la fuerza viscosa sobre una gotita de agua de radio $r = 0{,}02$ cm que se mueve en el aire con la velocidad $v = 2$ m/s? (*b*) Una gotita que cae aumenta su velocidad hasta que la fuerza viscosa equilibra el peso de la gotita. A partir de aquí la gotita cae a velocidad constante v_t, llamada *velocidad límite.* Demostrar que la velocidad límite viene dada por

$$v_t = \frac{2\rho r^2 g}{9\eta}$$

donde ρ es la densidad de la gotita y η es la viscosidad del aire. (*c*) ¿Cuál es la velocidad límite de la gotita en el caso (*a*)?
Resp. (*a*) $1{,}38 \times 10^{-7}$ N; (*c*) 4,76 m/s.

BIBLIOGRAFÍA

AIELLO, Gerald: «The Urinary Drop Spectrometer», *Physics Today*, **27**:23 (septiembre 1974). Se trata el desarrollo de técnicas e instrumentos para el estudio del flujo durante la micción, y sus posibles aplicaciones a la diagnosis de enfermedades del aparato urinario.

ALEXANDER, R. M.: «Functional Design in Fishes», Hutchinson University Library, Londres, 1967. En el capítulo 3 se discute el papel de la vejiga natatoria en el empuje del pez.

———: «Animal Mechanics», University of