Condiciones Necesarias y Suficientes

Condiciones Necesarias y Suficientes

Hemos visto que los diferentes métodos de demostración surgen del análisis de las equivalencias de los condicionales directo, recíproco, contrario y contrarrecíproco. Este conectivo lógico, junto al operador bicondicional, es muy utilizado para el planteo de demostraciones de diversos teoremas y propiedades así como también de definiciones matemáticas. Profundizaremos, por tanto, el estudio de estos operadores.

Sea la proposición:

"T es equilátero, entonces T es isósceles"

Es una implicación verdadera de antecedente y consecuente:

p: "T es equilátero"

q: "T es isósceles"

Se dice que p es "**condición suficiente**" para q (porque basta que T sea equilátero para que sea isósceles).

Por otra parte T es equilátero solo si es isósceles, es decir, que para que un triángulo sea isósceles es necesario que sea equilátero. Por tanto, q es "**condición necesaria**" para p.

Resumiendo: si p→ q es verdadero, entonces p es condición suficiente para q y q es condición necesaria para p.

La proposición:

"T es equilátero si solo si T es equiángulo"

Es la doble implicación de las proposiciones:

p: T es equilátero

q: T es equiángulo

Esta doble implicación es verdadera y cualquiera de las dos proposiciones es condición <u>necesaria</u> y <u>suficiente</u> para la otra.

¿por qué se puede afirmar esto?

Volvamos al ejemplo anterior,

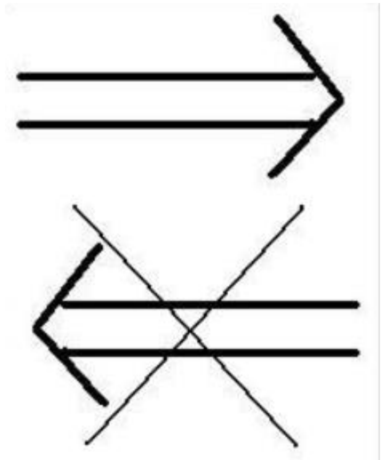
¿es q condición suficiente para p? ¿por qué?

En **síntesis**, cuando se cumple la doble implicación, cualquiera de las dos proposiciones es condición necesaria y suficiente para la otra.

Veamos un ejemplo en otro contexto

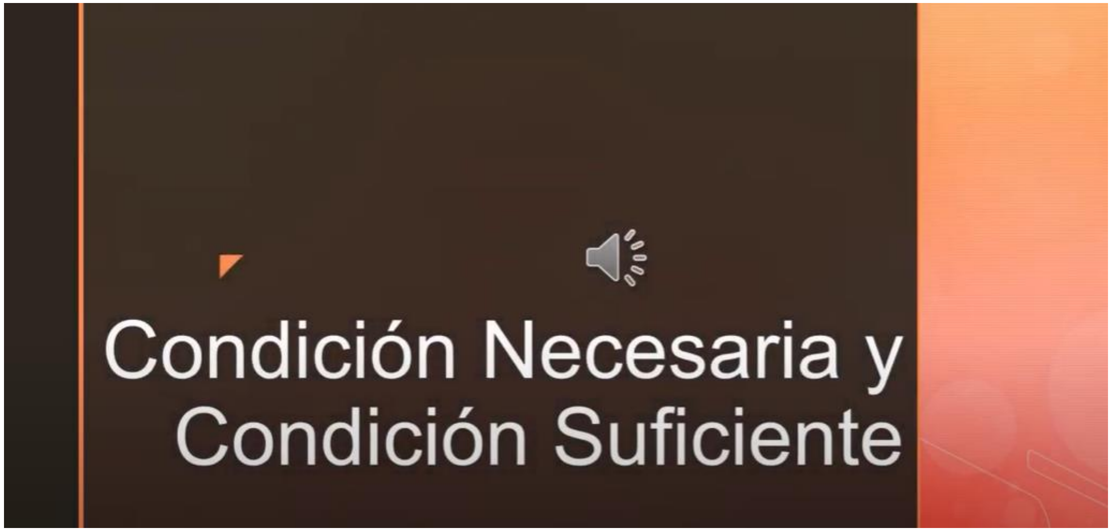
Si es cierto A, entonces es cierto B

Si llueve, entonces mi patio se moja
(Si es cierto A, entonces es cierto B)
¿verdadero o falso?
¿Es cierto entonces que ***Si mi patio se ha mojado, entonces es que ha llovido***
(Si es cierto B, entonces es cierto A)?



Es suficiente que llueva para que se moje el patio pero no es suficiente que si el patio se moja, llueva.
Esto significa que es suficiente que pase A y necesario que pase B pero no la situación inversa.

Analicemos otros ejemplos



https://www.youtube.com/watch?v=p_UfiQS962w

Ejercitación

1. Si tiene 4 patas, entonces es perro. Indicar p, q y si p es suficiente y/o necesario para q.

1. Sean las proposiciones simples.

p: "n es divisible por 5"

q: "2n es divisible por 10"

Explicar porqué p es condición necesaria y suficiente para q.

2. Sean las proposiciones:

p: "x + y = 5"

q:" x= 2 ^ y=3"

Indicar si q es condición suficiente, necesaria o suficiente y necesaria para p.

Ejercitación

1.

2. P es condición necesaria y suficiente para q porque ...

3. En la relación de las proposiciones p y q, se verifica q → p. Por tanto, podemos decir que q es condición suficiente para p, dado que sabiendo que x= 2 e y = 3 podemos asegurar que x+y=5. No sucede lo mismo con la implicación p → q.