

1. En los siguientes ejercicios, encuentre las soluciones (si las hay) de los sistemas dados.

a. 
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 2y = -8 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} 7x + 4y = 1 \\ -7x - 4y = -3 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ bx + ay = c \end{cases}$$

d. 
$$\begin{cases} y = -3 \\ -2x + 4y = 8 \end{cases}$$

2. Encuentre las condiciones sobre a, b y c para que el sistema del ejercicio 1.b. tenga infinitas soluciones.

3. Si  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$  demuestre que el sistema (1.1.1) tiene una solución única.

4. La compañía Sunrise Porcelain fabrica tazas y platos de cerámica. Para cada taza o plato un trabajador mide una cantidad fija de material y la pone en la máquina que los forma, de donde pasa al vidriado y secado automático. En promedio, un trabajador necesita tres minutos para iniciar el proceso de una taza y dos minutos para el de un plato. El material de una taza cuesta 25 euros y el de un plato cuesta 20 euros. Si se asignan 44 euros diarios para la producción de tazas y platos.

- ¿Cuántos deben fabricarse de cada uno en un día de trabajo de 8hs, si un trabajador se encuentra trabajando cada minuto y se gastan exactamente 44 euros en materiales?
- Resuelva la situación considerando que los materiales ahora cuestan 15 y 10 euros respectivamente y se gastan 24 euros en 8 horas de trabajo.
- ¿Cuál es la solución si se gastan 25 euros en 8 hs de trabajo?

5. Utilice el método de eliminación de Gauss-Jordan para encontrar, si existen, todas las soluciones de los sistemas dados.

a. 
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 25 \\ x + 4y + z = 20 \\ x + 5y + 5z = 55 \end{cases}$$

d. 
$$\begin{cases} -2x - 6y - 3z = 9 \\ -x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} 9y - 7z = 2 \\ -z = -2 \\ -3x + 6y + 8z = 1 \end{cases}$$

e. 
$$\begin{cases} -x + z = 0 \\ y + 3z = 1 \\ x - y = -3 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} 3x + 6y - 6z = 9 \\ 2x - 5y + 4z = 6 \\ 5x + 28y - 26z = -8 \end{cases}$$

f. 
$$\begin{cases} x + 2y - 4z = 4 \\ -2x - 4y + 8z = -8 \end{cases}$$

**OPCIONALES**

g. 
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

h. 
$$\begin{cases} x + 2y - 2z - q = 1 \\ -3x + 4y + z - 2q = 4 \\ -3x + 14y + z - 2q = 3 \\ 6x + 12y - 12z - 6q = 5 \end{cases}$$

6. **OPCIONAL.** Determenine si la matriz dada se encuentra en la forma *escalonada por renglones*, *escalonada reducida por renglones* o ninguna de las dos.

28. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

29. 
$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

30. 
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

31. 
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

32. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

33. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

34. 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

35. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

36. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

37. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

38. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

39. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

7. En las siguientes matrices, utilice las operaciones elementales con renglones para reducirlas a la forma escalonada por renglones y a la forma escalonada reducida por renglones. Realizar tres ejercicios de los doce presentados.

40.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

41.  $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

42.  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$

43.  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

44.  $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 \\ 3 & 5 & 8 \\ -6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

45.  $\begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

46.  $\begin{pmatrix} 3 & -6 & -3 \\ 5 & 10 & 5 \end{pmatrix}$

47.  $\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 5 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

48.  $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -3 & -14 & -1 \end{pmatrix}$

8. Considere el sistema:

$$\begin{aligned} 5x_1 + 10x_2 - 20x_3 &= a \\ -6x_1 - 11x_2 - 21x_3 &= b \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 &= c \end{aligned}$$

Determine las condiciones de a, b y c para que el sistema sea inconsistente.

9. Considere el sistema:

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= a \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 &= b \\ -5x_1 - 5x_2 + 21x_3 &= c \end{aligned}$$

Muestre que es inconsistente si  $c \neq 2a - 3b$

10. Un inversionista le afirma a su corredor de bolsa que todas sus acciones son de tres compañías, Delta Airlines, Hilton Hotels y McDonald's, y que hace 2 días su valor bajó \$350 pero que ayer aumentó \$600. El corredor recuerda que hace dos días el precio de las acciones Delta Airlines bajó \$1 por acción y el de las Hilton Hotels bajaron \$1,50 pero que el precio de las acciones de McDonald's subió \$0,50. También recuerda que ayer el precio de las acciones de Delta subió \$1,50, el de las Hilton Hotels bajó otros \$0,50 y las de McDonald's subieron \$1. Demuestre que el corredor no tiene suficiente información para calcular el número de acciones que posee el inversionista en cada compañía, pero que si ella dice que tiene 200 acciones de McDonald's, el corredor puede calcular el número de acciones que tiene en Delta y en Hilton.

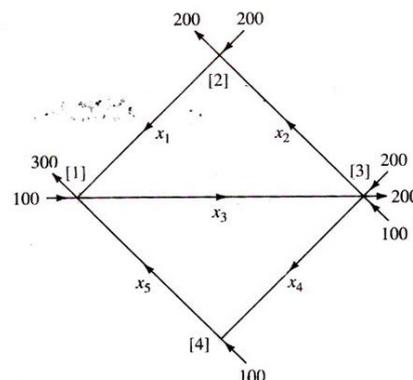
11. Una cadena de tiendas de ropa muy prestigiosa planea contratar tres compañías de relaciones públicas para encuestar 500 clientes por teléfono, 750 por correo y 250 personalmente. La compañía "M&M" tiene personal para hacer 10 encuestas por teléfono, 30 por correo y 5 encuestas personalmente por hora. La compañía "Digital" puede efectuar 20 encuestas por teléfono, 10 por correo y 10 personalmente por hora. La compañía "Melcher" puede efectuar 10 encuestas por teléfono, 20 por correo y 15 encuestas personales por hora. ¿Por cuántas horas debe contratarse cada compañía para obtener el número exacto de encuestas requeridas?

12. *OPCIONAL* Una empresa electrónica produce transistores, resistores y chips de computadora. Cada transistor requiere 3 unidades de cobre, una unidad de zinc y 2 unidades de vidrio. Cada resistor requiere 3, 2 y 1 unidad, respectivamente, y cada chip requiere 2, 1 y 2 unidades de cada material respectivamente. ¿Cuántos productos de cada tipo pueden fabricarse con las siguientes cantidades de materiales?

- a. 810 unidades de cobre, 410 unidades de zinc y 490 unidades de vidrio.
- b. 765 unidades de cobre, 385 unidades de zinc y 470 unidades de vidrio.

13. *OPCIONAL* Un agente sabe que 60 equipos aéreos, que consisten en aviones de combate y bombarderos, están estacionados en cierto campo aéreo. El agente quiere determinar cuántos de los 60 equipos son aviones de combate y cuántos son bombarderos. Existe un tipo de cohete que llevan ambos aviones; el de combate lleva 6 de ellos y el bombardero solo 2. El agente averigua que se requieren 250 cohetes para armar todos los aviones del campo aéreo. Aún más, escucha que se tiene el doble de aviones de combate que bombarderos en la base. Calcule el número de aviones de combate y bombarderos en el campo aéreo o muestre que la información del agente debe ser incorrecta ya que es inconsistente.

14. *OPCIONAL* Flujo de Tráfico: considere el siguiente diagrama de una malla de calles de un sentido con vehículos que entran y salen de las intersecciones denotadas por [k]. Las flechas a lo largo de las calles indican la dirección del flujo del tráfico. Suponiendo que el tráfico que entra a una intersección también sale, establezca un sistema de ecuaciones que describa el diagrama del flujo del tráfico. Por ejemplo en la intersección [1]:  $x_1 + x_5 + 100 = x_3 + 300$



- a. Resuelva el sistema. Exprese la solución en término de las variables que son naturales para elegirse de manera arbitraria.

15. En los siguientes ejercicios, encuentre las soluciones de los sistemas homogéneos.

1.  $x_1 - 5x_2 = 0$   
 $-x_1 + 5x_2 = 0$
2.  $3x_1 - 5x_2 = 0$   
 $5x_1 + 4x_2 = 0$   
 $2x_1 + 5x_2 = 0$
3.  $x_1 + x_2 - x_3 = 0$   
 $2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0$   
 $3x_1 + 7x_2 - x_3 = 0$
4.  $3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0$   
 $5x_1 + 4x_3 = 0$   
 $2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0$

17. Considere el sistema:

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 &= 0 \\ -x_1 + 7x_2 - x_3 &= 0 \\ 4x_1 - 11x_2 + kx_3 &= 0 \end{aligned}$$

¿Para qué valores de k tendrá soluciones no triviales?

16. Muestre que el sistema homogéneo de ecuaciones:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Tiene un número infinito de soluciones si y sólo si  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$ .

Presentamos a continuación, un resolutor de sistemas de ecuaciones online para la verificación de los ejercicios desarrollados:

<https://matrixcalc.org/es/slu.html#solve-using-Gauss-Jordan-elimination%28%7B%7B10,12,15,960%7D,%7B6,8,12,660%7D,%7B12,12,18,1080%7D%7D%29>