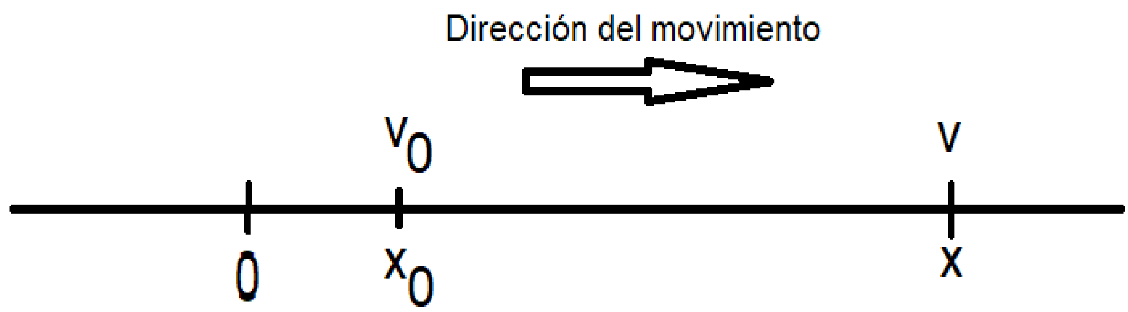
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

Aceleración

Cuando la velocidad cambia decimos que **no es "constante" o "uniforme"**. La velocidad cambia, en el caso que estamos considerando, no caóticamente, sino con un "ritmo" o relación determinada... Ese "ritmo" tiene un nombre y es una magnitud física: la **aceleración**.

Se grafica a continuación la trayectoria de un móvil (= "algo que se mueve"). Es una recta (entonces es un movimiento rectilíneo). Se dibujó horizontal, pero puede ser vertical u oblicua, lo importante aquí es que es una porción de una recta.



Pongámonos de acuerdo en las abreviaturas:

0: es el origen de las coordenadas, el punto de referencia para la posición. A su izquierda serán negativas, a la derecha positivas.

$\mathbf{x_0}$: es la posición desde donde analizamos el movimiento: posición inicial. (Algunos la abrevian $\mathbf{x_i}$, sirve perfectamente)

x: es una posición posterior, luego de un lapso t

$\mathbf{v_0}$: es la velocidad que tenía en la posición inicial, la que se denomina velocidad...inicial. (Algunos la abrevian $\mathbf{v_i}$)

v: es la velocidad luego del lapso t, en la posición posterior x

En el gráfico se indica con una flecha el sentido del movimiento (la dirección está dada por la recta):

Nos interesa conocer cómo cambia la velocidad según transcurre el tiempo. Recordemos que la magnitud física que describe eso se llama ***aceleración.***

En la Física ***aceleración*** se toma con un significado amplio, para un aumento en la velocidad o cuando disminuye (en realidad es más amplio aún, ya que tiene en cuenta los cambios de dirección y sentido):

$$\text{Aceleración} = \frac{\text{Variación o cambio de la velocidad}}{\text{Tiempo transcurrido}}$$

Simbólicamente: $a = \dfrac{v - v_0}{t}$ (Ese orden $v - v_0$ en la resta debe respetarse siempre).

Apliquemos esto a un ejemplo...

Ej.1: un móvil en cierto instante tiene una velocidad de 5 $\dfrac{m}{seg}$ y luego, transcurridos 4 seg, su velocidad es de 15 $\dfrac{m}{seg}$.

Calculamos $a = \dfrac{15\ m/seg - 5\ m/seg}{4\ seg} = \dfrac{\dfrac{2{,}5\ m}{seg}}{4\ seg}$ Aquí los segundos *no se pueden simplificar* (se explicará luego).

Esto se interpreta así: cada segundo que transcurre, la velocidad aumenta en 2,5 $\dfrac{m}{seg}$ (ya que es un valor positivo).

Algebraicamente la unidad de aceleración resulta ser $\dfrac{m}{seg^2}$ o sea que en nuestro ejemplo quedará así: $2{,}5\dfrac{m}{seg^2}$.

La explicación pendiente que se indicó líneas arriba: ¿por qué ocurre eso con los segundos? Recordemos que a la división de fracciones la convertíamos en una multplicación, invirtiendo solamente a la fracción divisora:

$\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{d}{c}$ En nuestra situación es así $\dfrac{\frac{m}{seg}}{\frac{seg}{1}}$, que convertimos a:

$\dfrac{m}{seg} \cdot \dfrac{1}{seg}$ ...multiplicando numeradores entre sí, por un lado, y los denominadores por el otro, tenemos como unidad $\dfrac{m}{seg^2}$

Se usa así por comodidad de representación, pero no hay que olvidarse que está indicando la unidad de aceleración...”un cambio en la velocidad de cierta cantidad de metros por segundo, cada segundo que transcurre”

Ej. 2: supongamos que un móvil en cierto instante tiene una velocidad de 36 $\dfrac{m}{seg}$ y luego, transcurridos 8 seg, su velocidad es de 16 $\dfrac{m}{seg}$.

Calculemos: $a = \dfrac{16\ m/seg - 36\ m/seg}{8\ seg} = \dfrac{-20\ m/seg}{8\ seg} =$

$\dfrac{-2{,}5\ m/seg}{seg} = -2{,}5\ \dfrac{m}{seg^2}$

Esto se interpreta así: cada segundo que transcurre, la velocidad disminuye en 2,5 $\frac{m}{seg}$, ya que es un valor negativo.

Ahora, algunos detalles:

I) Si las velocidades no están expresadas en $\frac{m}{seg}$, conviértalas a esa unidad, así como las unidades de tiempo llevalas a seg. Si bien matemática y físicamente son válidas otras unidades, es más cómodo y frecuente usar esas. ¡Y son las del S. I. de unidades!

II) A veces las situaciones planteadas no dan valores numéricos y tienen que ser deducidas. Por ejemplo, si el texto dice "...parte del reposo..." o "...se pone en movimiento..." eso equivale a que v_0 es 0 ($\frac{m}{seg}$ o $\frac{km}{h}$ o la unidad que corresponda).

Otra situación similar es aquella cuando el texto dice "...se detiene..." o "...queda inmóvil..."): obviamente está expresando que v es 0 ($\frac{m}{seg}$ o $\frac{km}{h}$ o la unidad que corresponda).

A continuación algunos ejemplos con respuestas, como práctica...

1) Un auto de competición se puso en marcha, alcanzando una velocidad de 175 $\frac{km}{h}$ en 12 seg. Obtenga la aceleración.

(R.: 4,5 $\frac{m}{seg^2}$)

2) En un experimento, un proyectil con una velocidad de 1000

se detiene en 0,02 seg. Obtenga la aceleración.

(R.: $-50000\ \dfrac{m}{seg^2}$)

3) Para evitar chocar con otro vehículo, una motocicleta con velocidad 120 $\dfrac{km}{h}$ frena, deteniéndose completamente en 7,5 seg. Obtenga la aceleración.

(R.: $-4{,}4\ \dfrac{m}{seg^2}$)

Es el momento de dar nombre a este movimiento: ***movimiento rectilíneo uniformemente variado*** (algunos lo llaman acelerado) y lo abreviaremos como *m. r. u. v.* Es un movimiento *rectilíneo* porque la trayectoria es una recta y *uniformemente variado* porque la aceleración no cambia. La caída y el lanzamiento o tiro vertical de un cuerpo es un m. r. u. v. (suponiendo que la fricción con el aire es ínfima o despreciable).

Velocidad en el m. r. u. v.

A partir de la ecuación de la aceleración $a = \dfrac{v - v_0}{t}$, donde hay cuatro magnitudes involucradas, puede obtenerse cualquiera de ellas despejándola, si se conocen las otras tres. Las ecuaciones que nos interesan son: $t = \dfrac{v - v_0}{a}$ y $v = v_0 + a \cdot t$. Nos interesa en particular esta última ecuación, que permite obtener la velocidad para cualquier instante t, conociéndose la velocidad inicial v_0 y la aceleración a que son valores fijos (= "constantes") de cada movimiento. En términos matemáticos, v es la variable dependiente y t la variable independiente.

Veamos esto en ej. 1: la ecuación de la velocidad respecto del tiempo de ese movimiento será: $v = 5 \dfrac{m}{seg} + 2{,}5 \dfrac{m}{seg^2} \cdot t$

Así se puede obtener la velocidad para cualquier instante t (incluso valores que no sean enteros).

Se tabula (= "prepara una tabla") la velocidad para cada segundo que duró ese movimiento, reemplazando en la ecuación. Se escriben los resultados directamente, se deja la verificación al lector.

¡Cuidado con la separación de términos!

T (en seg)	V (en $\dfrac{m}{seg}$)
0	5
1	7,5
2	10
3	12,5
4	15

Observe como al final de cada segundo la velocidad va aumentando según la aceleración.

En el ej.: 2 la ecuación es: $v = 36 \dfrac{m}{seg} - 2{,}5 \dfrac{m}{seg^2} \cdot t$

Tabulando para cada seg:

t (en seg)	v (en $\frac{m}{seg}$)
0	36
1	33,5
2	31
3	28,5
4	26
5	23,5
6	21
7	18,5
8	16

Estos pares de valores formados por los instantes y las velocidades se pueden graficar en un sistema de ejes cartesianos. Por ahora no lo haremos.

<u>Posición respecto del tiempo</u>

Nos interesa ahora en qué posición x se encuentra el móvil para cualquier instante t. (Algunos autores o profesores, en vez de x, usan *d* o *e* por distancia o espacio recorrido: lo que importa es que interprete cuánto va recorriendo). No se demostrará cómo se obtiene esa ecuación. Esta es:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

De aquí en adelante, en este apunte y los problemas que resolverá en esta materia, se dejará de lado la posición inicial x_0 , es decir se supondrá que el móvil inicialmente está en el origen de las posiciones o sea $x_0 = 0$ (m, km, etc).

Claro, para utilizar la ecuación debe conocerse la velocidad inicial v_0

y la aceleración a.

En caso particular que el móvil parte del reposo (o sea $v_0 = 0$) la anterior ecuación tiene la forma: $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$.

Analizando desde el punto de vista matemático, la posición x depende del instante t. Y a la ecuación $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ es conocida como *ecuación horaria del m. r. u. v.* (Recuerde ahora que el m. r. u., que se analizó, tenía su propia ecuación horaria).

Volviendo al ej.1: reemplazando lo conocido, su ecuación horaria es:

$$x = 5 \frac{m}{seg} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \frac{m}{seg^2} \cdot t^2$$

Se puede tabular la posición para cada segundo:

t (en seg)	x (en m)	Diferencia (en m)
0	0	
1	6,25	6,25 – 0 = 6,25
2	15	15 – 6,25 = 8,75
3	26,25	26,25 -15 = 11,25
4	40	40 – 26,25 = 13,75

Es posible que surjan dudas sobre cómo va variando esa columna “Diferencia”. Se ve allí que durante cada segundo que pasa, la distancia recorrida es mayor.

Durante el segundo 1 recorrió 6,25 m, durante el segundo 2 recorrió 8,75 m, etc. Es por el paulatino aumento de la velocidad, en ese ejemplo. (Habitualmente no se calcula esa columna “Diferencia”, sólo se agregó como demostración)

En el ej. 2 su ecuación horaria quedará así:

$$x = 36\frac{m}{seg} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \left(-2{,}5 \frac{m}{seg^2}\right) \cdot t^2$$

Tabulando...

t (en seg)	x (en m)	Diferencia (en m)
0	0	
1	34,75	34,75 – 0 = 34,75
2	67	67 – 34,75 = 32,25
3	96,75	96,75 – 67 = 29,75
4	124	124 – 96,75 = 27,25
5	148,75	148,75 – 124 = 24,75
6	171	171 – 148,75 = 22,25
7	190,75	190,75 – 171 = 19,75
8	208	208 – 190,75 = 17,25

En la columna "Diferencia" se ve que durante cada segundo que pasa, la distancia recorrida es menor. Es por la disminución de la velocidad, en este ejemplo. (Se aclara que normalmente no se calcula esa columna "Diferencia", sólo se agrega como demostración)

Los pares de valores formados por los instantes **t** y las posiciones o distancias **x** pueden también graficarse en un sistema de ejes cartesianos.

Aceleración de la gravedad

Toda fuerza que no sea nula (o sea no es 0) provoca una aceleración. Debido a la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre los objetos cercanos a ella, aparece sobre ellos una aceleración, llamada de la gravedad, que denominaremos ***g*** y su valor en la Tierra es de aproximadamente $g = -9{,}8 \frac{m}{seg^2}$. Se adoptan como

negativos los signos de las velocidades y aceleraciones en ***dirección vertical*** y ***sentido hacia abajo***. Así, entonces, para un cuerpo que en cierto instante está cayendo, expresaremos su velocidad así: v = **-**50 $\frac{m}{seg}$

Como la fuerza gravitatoria apunta hacia el centro de la Tierra, la aceleración gravitatoria tendrá su misma dirección y sentido. Por eso aquel valor ***negativo*** que se mencionó antes y que se usá de aquí en adelante: $g = -9{,}8 \frac{m}{seg^2}$ (salvo que se indique otra cosa).